

مادة الرياضيات
العلوم التجريبية بمسالكها
العلوم التكنولوجية بمسلكها
مدة الانجاز 3h - المعامل 7

المملكة المغربية



وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحانات الوطنية الموحد
لنيل شهادة البكالوريا
الدورة العادية 2012



التمرين الأول : (3 ن)

- نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1,1,-1)$ و $B(0,1,-2)$ و $C(3,2,1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$ بين أن مركز الفلكة (S) هو النقط $\Omega(1,0,1)$ و أن شعاعها يساوي $\sqrt{3}$. ☐ 1 ☐ 0,50 ن
- بين أن : $\vec{AB} \wedge \vec{AC}$ و تحقق من أن : $x - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) ☐ 2 ☐ 0,75 ن
- تحقق من أن : $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1 . ☐ 2 ☐ 1,00 ن
- ليكن (Δ) المستقيم المار من النقط Ω العمودي على المستوى (ABC) . ☐ 3 ☐ 0,25 ن
- تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$ بين أن : ☐ 3 ☐ 0,25 ن
- بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (ABC) هو $(2,0,0)$. ☐ 3 ☐ 0,25 ن
- استنتج مركز الدائرة (Γ) . ☐ 3 ☐ 0,25 ن

التمرين الثاني : (3 ن)

- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 12z + 61 = 0$ ☐ 1 ☐ 0,75 ن
- نعتبر المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي : a و b و c بحيث : $a = 6 - 5i$ و $b = 4 - 2i$ و $c = 2 + i$. ☐ 2 ☐ 0,50 ن
- أحسب $\frac{a-c}{b-c}$ و استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية . ☐ 2 ☐ 0,50 ن
- نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ حيث لحق $\vec{u}$ هو $(1 + 5i)$ تحقق أن لحق النقط D صورة النقط C بالإزاحة T هو $d = 3 + 6$. ☐ 2 ☐ 0,50 ن
- بين أن : $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$ و أن : $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1 + i$. ☐ 2 ☐ 0,75 ن
- استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\vec{CB}, \vec{CD})$. ☐ 2 ☐ 0,50 ن

التمرين الثالث : (3 ن)

- يحتوي كيس على ثماني ببيدقات : ببيدقة واحدة تحمل العدد 0 و خمس ببيدقات تحمل العدد 1 و ببيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث ببيدقات من الكيس و نعتبر الأحداث التالية :
 A : " الحصول على ثلاث ببيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " .
 B : " مجموع الأعداد التي تحملها الببيدقات المسحوبة يساوي 5 " .
 C : " مجموع الأعداد التي تحملها الببيدقات المسحوبة يساوي 4 " .
بين أن : $p(A) = \frac{5}{28}$ و $p(B) = \frac{5}{56}$ و $p(C) = \frac{3}{8}$ ☐ ☐ ☐ 3,00 ن



التمرين الرابع : (3 ن)

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11} ; (\forall n \in \mathbb{N}) \\ u_0 = 11 \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :



تحقق من أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ ☐ 1 ☐ 0,25 ن

بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n < 12$ ☐ 2 ☐ 0,50 ن

بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية قطعاً . ☐ 2 ☐ 0,50 ن

استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة . ☐ 2 ☐ 0,25 ن

لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية بحيث : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = u_n - 12$ ☐ 3 ☐

بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم أكتب v_n بدلالة n . ☐ 3 ☐ 0,75 ن

بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ ثم أحسب النهاية $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ ☐ 3 ☐ 0,75 ن

التمرين الخامس : (8 ن)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$ ☐ ☐ I

بين أن : $(x^2 - 1)$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $]0; 1[$. ☐ 1 ☐ I 0,75 ن

ثم استنتج أن : $\forall x \in]0; 1[; g(x) \leq 0$

بين أن $(x^2 - 1)$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على $]1; +\infty[$ ☐ 2 ☐ I 0,75 ن

ثم استنتج أن : $\forall x \in]1; +\infty[; g(x) \geq 0$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = (x^2 - 1) \ln x$ ☐ ☐ II

و ليكن $(\mathcal{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 3 cm^2)

بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول النتيجة هندسياً . ☐ 1 ☐ II 0,50 ن

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ☐ 1 ☐ II 1,00 ن

و استنتج أن المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل فرعاً شلجياً بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه .

بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$; $\forall x \in]0; +\infty[$ (و أول هندسياً النتيجة $f'(1) = 0$) . ☐ 2 ☐ II 1,25 ن

استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0; 1[$ و تزايدية على المجال $]1; +\infty[$. ☐ 2 ☐ II 0,50 ن

إعط جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ ثم بين أن : $f(x) \geq 0$; $\forall x \in]0; +\infty[$. ☐ 2 ☐ II 0,50 ن

أنشئ المنحنى $(\mathcal{C})$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$. ☐ 3 ☐ II 1,00 ن

بين أن : $u : x \rightarrow \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $v : x \rightarrow x^2 - 1$ على $\mathbb{R}$. ☐ 4 ☐ II 0,50 ن

باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$ ☐ 4 ☐ II 1,00 ن

أحسب بـ cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathcal{C})$ و محور الأفاصيل ☐ 4 ☐ II 0,25 ن

و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$.