

الصفحة 1/2	المستوى : الثانية علوم تجريبية مدة الإنجاز : ساعتان بتاريخ : 2014/1/07	الفرض الموحد الثالث الدورة الأولى	 السنة الدراسية 2013/2014
التمرين 1			التقسيط
أسئلة مستقلة			
I. أحسب نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية			1
$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad ; \quad u_n = 2^n + 1$			2
$u_n = \frac{4^n - (-1)^n}{2^n - (-1)^n} \quad ; \quad u_n = n^{\frac{2}{5}} - n^{-\frac{2}{5}}$			0.5
II. لتكن (v_n) متتالية عددية بحيث : $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n - 1 \leq \frac{1}{n+1}$			1
III. (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$ و حدها الأول $u_0 = 2$			0.5
1. حدد u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$			0.5
2. نضع لكل n من $\mathbb{N} : S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$			0.5
حدد S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim \frac{1}{n^2} S_n$			0.5
3. حدد نهاية المتتالية $\left(\ln \left(\frac{1}{n^2} S_n \right) \right)_{n \in \mathbb{N}^*}$			0.5
IV. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي			
$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} : n \in \mathbb{N} \end{cases}$			1.5
1. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < u_n < 2$			0.5
2. تحقق من أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} - u_n = \frac{(2+u_n)(2-u_n)}{3+u_n}$			0.5
3. استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة			2
4. نضع لكل n من $\mathbb{N} : v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$			1.5
أ. بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ حدها الأول $v_0 = -\frac{1}{3}$			0.5
ب. حدد v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = 2 \frac{3 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{3 + \left(\frac{1}{5}\right)^n}$ لكل $n \in \mathbb{N}$			
ج. حدد نهاية المتتالية (u_n)			
أنظر الصفحة الثانية			

الصفحة 2/2	المستوى : الثانية علوم تجريبية مدة الإنجاز : ساعتان بتاريخ: 2014/1/07	الفرض الموحد الأول الدورة الأولى	 السنة الدراسية 2013/2014
التمرين 2			التنقيط
الجزء الأول نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$ 1. أ. بين أن $h'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.75 ب. استنتج أن الدالة h تزايدية قطعاً على المجال $]0; +\infty[$ 0.5 2. أحسب $h(1)$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ عندما تتغير x على المجال $]0; +\infty[$ 1 الجزء الثاني نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ ليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 1. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و أعط تأويلاً هندسياً للنتيجة. 0.75 ب. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$ (يمكنك وضع $\sqrt{x} = t$) 0.5 ج. استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ وأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$ و أعط تأويلاً هندسياً للنتيجة 1 2. أ. بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$ لكل x من $]0; +\infty[$ 1 ب. استنتج أن الدالة f تزايدية قطعاً على المجال $]1; +\infty[$ و تناقصية قطعاً على المجال $]0; 1]$ 0.5 3. أ. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ 0.5 ب. أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 1.5			