

التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^+ - \{1\}$ بما يلي : $x \neq 0$ و $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$ و $f(0) = 0$

(1) أ. بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$
ب. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = 0$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(2) أ. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f)

ب. أحسب النهايتين $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$

(3) أ. بين أن المشتقة $f'(x) = \frac{x(-1+2\ln x)}{(\ln x)^2}$

ب. ضع جدول تغيرات الدالة f

التمرين الثاني :

الجزء (1) :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $x \neq 0$ و $f(x) = x - x \ln x$ و $f(0) = 0$

(1) أ. بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$
ب. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(2) أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

(3) أ. بين أن $f'(x) = -\ln x$

ب. أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) أ. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta) y = x$

ب. أرسم المنحنى (C_f) والمستقيم $(\Delta) y = x$

الجزء (2) :

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

(1) بين بالترجع أن $0 \leq U_n \leq 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)

(2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

(3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها