

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ بحيث : $U_0 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{4}{4 - U_n}$

$$(1) \quad \text{أ- تحقق أن } U_{n+1} - 2 = \frac{2(U_n - 2)}{2 + (2 - U_n)} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

ب- بين بالترجع أن $U_n < 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

(2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

$$(3) \quad \text{نضع } V_n = \frac{2}{2 - U_n} \text{ لكل عدد طبيعي } n$$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 1$ ثم أحسب U_n بدلالة n

ب- حدد نهاية المتتالية $(U_n)_n$

$$\text{ج- حدد بدلالة } n \text{ الجمع } S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2 - U_k}$$

لتكن $(u_n)_n$ متتالية عددية بحيث : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = \sqrt{8 + \frac{u_n^2}{3}}$

$$(1) \quad \text{أ- أحسب } u_1 \text{ و بين أن } 0 \leq u_n < 2\sqrt{3} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

ب- بين بالترجع أن $(u_n)_n$ تزايدية و استنتج أنها متقاربة

$$(2) \quad \text{نضع } v_n = 12 - u_n^2 \text{ لكل عدد طبيعي } n$$

أ- بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}$

ب- أحسب v_n و u_n بدلالة n و حدد نهاية المتتالية $(u_n)_n$

1. حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 6z + 34 = 0$

2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى M $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ النقط A و B و C

التي ألقاها على التوالي : $a = 3 + 5i$ و $b = 3 - 5i$ و $c = 7 + 3i$

$$\text{أ- بين أن : } b - c = 2i(a - c)$$

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC وأن $BC = 2AC$

ج- حدد لحق النقطة D و التي يكون من ألقاها $ABCD$ متوازي أضلاع

(I) نعتبر في \mathbb{C} المعادلة :

$$(E) \quad Z^3 - 2(3 - i)Z^2 + (13 - 12i)Z + 26i = 0$$

$$(1) \quad \text{تحقق أن العدد } Z_0 = -2i \text{ حلا للمعادلة } (E)$$

$$(2) \quad \text{أ) حدد العددين الحقيقيين } a \text{ و } b \text{ بحيث يكون :}$$

$$(E) \Leftrightarrow (Z + 2i)(Z^2 + aZ + b) = 0 \text{ ثم حدد حلول المعادلة } (E)$$

(II) نعتبر في المستوى المنسوب إلى M $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ النقط A و B

و C و D التي ألقاها على التوالي : $z_A = -2i$ ، $z_B = 3 + 2i$

و $z_C = 7 + 5i$ و $z_D = 4 + i$ و نعتبر النقطة $E(z_E = x - 3i)$ حيث $x \in \mathbb{R}$

$$(1) \quad \text{أ) بين أن } |z_B - z_A| = |z_C - z_B| \text{ و } z_B - z_A = z_C - z_D$$

ب) استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

$$(2) \quad \text{حدد المجموعة } (\Delta) \text{ للنقط } M(m) \text{ بحيث } |m + 2i| = |m - 3 - 2i|$$

$$(3) \quad \text{أ) بين أن } \frac{z_E - z_B}{z_D - z_B} = \left(\frac{x + 2}{2} \right) + \left(\frac{x - 8}{2} \right)i$$

ب) استنتج قيمة x كي تكون النقط B ; D و E مستقيمية