

فرض محروس رقم 2

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(x+3\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ $(\forall x \in]0, +\infty[)$

ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$$

1- بين أن $0 < U_n < 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

(لاحظ أن $U_{n+1} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{2U_n+1} \right)$)

2- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = 1 - \frac{1}{U_n}$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها q و أحسب V_0

ب- استنتج أن $U_n = \frac{3^n}{3^n+1}$ و أحسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

فرض محروس رقم 2

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(x+3\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ $(\forall x \in]0, +\infty[)$

ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول تغيراتها

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$$

1- بين أن $0 < U_n < 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

(لاحظ أن $U_{n+1} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{2U_n+1} \right)$)

2- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = 1 - \frac{1}{U_n}$ لكل n من \mathbb{N}

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها q و أحسب V_0

ب- استنتج أن $U_n = \frac{3^n}{3^n+1}$ و أحسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$