

التمرين الأول

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

$$1. \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1 < U_n \leq 0$$

$$2. \text{ أدرس رقابة المتتالية } (U_n)_n \text{ واستنتج أنها متقاربة}$$

$$3. \text{ نضع } V_n = \frac{1}{1 + U_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$أ. \text{ بين أن } (V_n)_n \text{ متتالية حسابية وأحسب } V_n \text{ بدلالة } n$$

$$\text{ب. حدد الحد العام } U_n \text{ بدلالة } n \text{ وأحسب النهاية } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{2}{3 - U_n} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

$$1. \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 < U_n < 2$$

$$2. \text{ تحقق أن } U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n} \text{ وأدرس رقابة المتتالية } (U_n)_n$$

$$3. \text{ نضع } V_n = \frac{2 - U_n}{1 - U_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$أ. \text{ بين أن } (V_n)_n \text{ متتالية هندسية وأحسب } V_n \text{ بدلالة } n$$

$$\text{ب. حدد الحد العام } U_n \text{ بدلالة } n$$

$$4. \text{ أ. بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(U_n - 1)$$

$$\text{ب. أثبت أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n - 1 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \right)^n \text{ واستنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

التمرين الأول

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

$$1. \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad -1 < U_n \leq 0$$

$$2. \text{ أدرس رقابة المتتالية } (U_n)_n \text{ واستنتج أنها متقاربة}$$

$$3. \text{ نضع } V_n = \frac{1}{1 + U_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$أ. \text{ بين أن } (V_n)_n \text{ متتالية حسابية وأحسب } V_n \text{ بدلالة } n$$

$$\text{ب. حدد الحد العام } U_n \text{ بدلالة } n \text{ وأحسب النهاية } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$

التمرين الثاني

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{2}{3 - U_n} \end{cases} \text{ لتكن } (U_n)_n \text{ متتالية عددية معرفة ب:}$$

$$1. \text{ بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 < U_n < 2$$

$$2. \text{ تحقق أن } U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n} \text{ وأدرس رقابة المتتالية } (U_n)_n$$

$$3. \text{ نضع } V_n = \frac{2 - U_n}{1 - U_n} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

$$أ. \text{ بين أن } (V_n)_n \text{ متتالية هندسية وأحسب } V_n \text{ بدلالة } n$$

$$\text{ب. حدد الحد العام } U_n \text{ بدلالة } n$$

$$4. \text{ أ. بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_{n+1} - 1 \leq \frac{2}{3}(U_n - 1)$$

$$\text{ب. أثبت أن } (\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n - 1 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \right)^n \text{ واستنتج } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$