

التمرين الأول

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2} \\ U_0 = 3 \end{cases} \quad \text{لتكن } (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ متتالية عددية معرفة بما يلي:}$$

1. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > 2$

2. بين أن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ثم أدرس رقابة $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n - U_{n+1} = \frac{(U_n - 2)(U_n + 1)}{U_n + 2}$ ماذا تستنتج؟

3. نضع $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$ لكل عدد n من \mathbb{N}

أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$

ب) أحسب V_n بدلالة n وبين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \frac{(2 \times 4^{n+1}) + 1}{4^{n+1} - 1}$ ثم حدد n وبين ان

التمرين الثاني

لتكن f دالة عددية معرفة بما يلي :

ولتكن (C_f) منحناها في معلم متعمد ممنظم

1. أ) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f وأحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ وأعط تاويلا هندسيا للنتيجة

2. بين أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - 1}{x} = 0$ وأول النتيجة هندسيا

3. بين أن $\left(\forall x \in \mathbb{R}^{*+}\right) f'(x) = 3\sqrt{x}(x\sqrt{x} - 1)$ ثم أعط جدول التغيرات

4. أ) بين أن : $\left(\forall x > 0\right) f''(x) = \frac{3(4x\sqrt{x} - 1)}{2\sqrt{x}}$

ب) أدرس تصرع المنحنى (C_f) وبين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف في

5. بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{1+\alpha}$ تقبل في المجال $[0,1]$ حلًا وحيدا α وبين أن

6. أنشئ المنحنى (C_f)

7. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $I = [0,1]$ بما يلي :

أ) بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

ب) أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J