هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

تصحيح الفرض رقم 1

التمرين 01 "احسب النهايات التالية"

(1) لدينا $\lim_{x\to -1} \frac{2x^2-x-3}{x^3+1}$

ومنه $= \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(2x-3)}{(x+1)(x^2-x+1)} = -\frac{5}{3}$

وكذلك $\lim_{x\to -1} \frac{2x^2-x-3}{x^3+1} = -\frac{5}{3}$

(2) لدينا $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-1-2\sqrt{x-1}}{x-1}$

ومنه $= \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} - \frac{2\sqrt{x-1}}{(x-1)}$

وكذلك $= \lim_{x\to 1^+} (x+1) - \frac{2(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x-1})}$

نعلم أن $\lim_{\substack{x\to 1 \\ x>1}} \sqrt{x-1} = 0^+$

ومنه $\lim_{x\to 1^+} \frac{-2}{\sqrt{x-1}} = -\infty$

ولدينا أيضا $\lim_{x\to 1^+} (x+1) = 2$

إذن $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-1-2\sqrt{x-1}}{(x-1)} = -\infty$

(3) لدينا $\lim_{x\to +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2}$

ومنه $= \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1/\sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{1+\frac{1}{x}}+2/\sqrt{x})}$

بما أن $\lim_{x\to +\infty} \frac{-1}{\sqrt{x}} = 0$

وكذلك $\lim_{x\to +\infty} \frac{2}{\sqrt{x}} = 0$

و $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

إذن $\lim_{x\to +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x+1}+2} = +\infty$

(4) لدينا $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt[3]{2x}-2}{\sqrt{x}-2}$

ومنه $= \lim_{x\to 4} \frac{2x-8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt[3]{2x}^2+2\sqrt[3]{2x}+2^3)}$

وكذلك $= \lim_{x\to 4} \frac{2(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt[3]{2x}^2+2\sqrt[3]{2x}+2^3)}$

$= \lim_{x\to 4} \frac{2(\sqrt{x}+2)}{\sqrt[3]{2x}^2+2\sqrt[3]{2x}+2^3} = \frac{1}{2}$

إذن $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt[3]{2x}-8}{\sqrt{x}-2} = \frac{1}{2}$

التمرين 02

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1,2[$ بما يلي $f(x) = \sqrt{x}(x-1)-1$

لدينا $x \to x-1$ متصلة على $]1,2[$

و $x \to \sqrt{x}$ متصلة على $]1,2[$

إذن f الدالة متصلة على $]1,2[$ لأنها جداء والتي متصلتين.

ولدينا $f(1) = -1$

و $f(2) = -1+\sqrt{2}$

إذن $f(1) \times f(2) < 0$

وحسب مبرهنة القيم الوسطية يوجد على الأقل عنصر α من المجال $]1,2[$ بحيث $f(\alpha) = 0$

أي $\sqrt{2} = \frac{1}{\alpha-1}$

من إنجاز التلميذة:

فاطمة الزهراء جدي.

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma

هذا الملف تم تحميله من موقع : Talamid.ma

التمرين 03

لدينا $f(x) = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

1) أ. لنحدد D_f

$D_f = \{x \in \mathbb{R} / \sqrt{x} \neq 0 \ , x \geq 0\}$

أي $D_f = \{x \in \mathbb{R} / \ x > 0\}$

$D_f =]0, +\infty[$

ب لنحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

لدينا $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 = 1$

لنحسب $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$ لدينا

بما أن

$\lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{x} = 0^+$

فإن

$\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

وعليه $\lim\limits_{x \to 0^+} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3 = +\infty$

2) أ - لنبين أن

$(\forall x \in]0, +\infty[) ; f'(x) = \frac{-3}{2x\sqrt{x}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$

لدينا $f'(x) = \left(\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3\right)'$

$f'(x) = 3\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)'$

$f'(x) = 3\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 \left(\frac{-1}{2x\sqrt{x}}\right)$

إذن $f'(x) = \frac{-3}{2x\sqrt{x}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$

ب: لدينا $f'(x) = \frac{-3}{2x\sqrt{x}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ‖	↘	1

إذن f متناقصة قطعا على $]0, +\infty[$

3) لنبين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على J

لدينا f دالة متصلة ومتناقصة قطعا.

إذن f تقبل دالة عكسية معرفة على J بحيث

$J = f(]0, +\infty[) =]\lim\limits_{x \to +\infty} f(x), \lim\limits_{x \to 0^+} f(x)[$

$=]1, +\infty[$

4) لنحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

$f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x$

$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{\sqrt{y}}\right)^3 = x$

$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{y}} = \sqrt[3]{x}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = \sqrt[3]{x} - 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{y} = \frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1}$

$\Leftrightarrow y = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1}\right)^2$

إذن $f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 1}\right)^2$ لكل x من $]1, +\infty[$

للمزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamid.ma