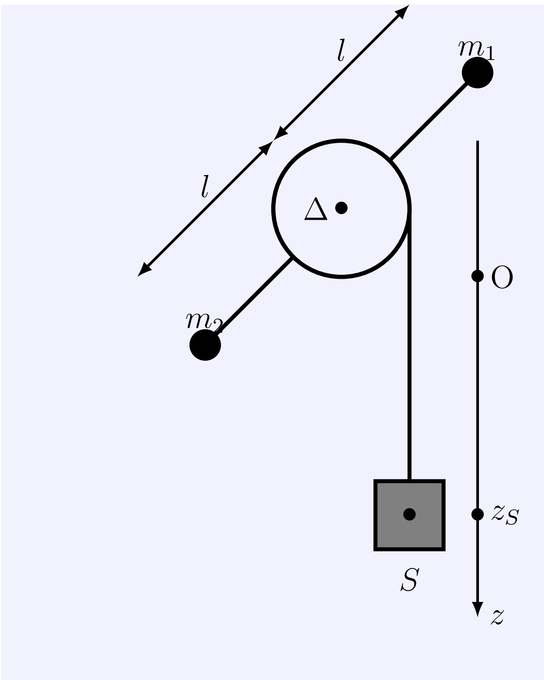
Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe : Exercices

Exercice d'application 1 :

1. La vitesse angulaire du point M d'un solide en mouvement de rotation autour d'un axe fixe est $\dot{\theta} = 10rad/s$;
   (a) Calculer l'accélération angulaire du point M ;
   (b) Quelle est la nature du mouvement du point M ?
   (c) Écrire l'expression de l'abscisse angulaire du point M en fonction du temps , sachant que son abscisse angulaire à l'origine des dates est $\theta_0 = 2rad$
2. L'expression de l'abscisse angulaire du point N d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est :
$$\theta(t) = 10t^2 + 40t + 6$$
   t est en (s) et θ en rad .
   (a) Déterminer l'expression de la vitesse angulaire du point N en fonction du temps
   (b) Déterminer l'expression de l'accélération angulaire du point N en fonction du temps
   (c) Quelle est la nature du mouvement du point N .

Exercice 1

On considère un cylindre (C) homogène de masse $M = 1kg$ et de rayon $r = 10cm$ pouvant tourner autour d'un axe fixe Δ , horizontal en passant par son centre d'inertie (G) . Une tige (T) de masse négligeable, fixée au cylindre en passant par G , à ces deux extrémités on fixe deux corps ponctuels de même masse $m_1 = m_2 = 0,5kg$ leurs centres de gravité se trouvent à une distance $l = 50cm$ de l'axe de rotation (Δ).
En enroule sur le cylindre un fil inextensible , de masse négligeable et on fixe l'autre extrémité du fil à un solide (S) de masse $m = 10kg$. Le fil ne glisse pas sur le cylindre . On lâche le système sans vitesse initiale à la date $t = 0$. on néglige toute sorte de frottement pendant le mouvement du système .



1. Donner la signification physique des condition suivantes :
   * un fil inextensible , Le fil ne glisse pas sur le cylindre
2. Déterminer l'accélération $a = \dfrac{d^2z}{dt^2}$ du solide (S) et la tension du fil au cours du mouvement du système . L'axe Oz est orienté vers le bas .

3. Quelle est la vitesse angulaire du cylindre lorsque le solide parcourt une altitude $h = 5m$

On donne $g = 10m/s^2$

Exercice 2

On considère un disque , de masse $m = 200g$, de rayon $r = 5cm$, susceptible de tourner autour d'un axe (Δ). On applique au disque immobile un couple de forces de moment $\mathscr{M}$ constant , le disque effectue alors un mouvement de rotation autour de l'axe (Δ). Au bout d'une minute la vitesse angulaire du disque a la valeur de $\dot{\theta} = 5rad/s$, à cet instant on supprime l'action du couple de forces . Les frottements sont supposés négligeables

1. Calculer la valeur du moment d'inertie du disque par rapport à l'axe (Δ)
2. Montrer que l'accélération angulaire du disque est constante au cours de l'application du couple de moteur . Calculer sa valeur
3. En déduire la valeur du moment $\mathscr{M}$ du couple moteur
4. Quelle est la nature du mouvement du disque après avoir supprimé l'action du couple moteur ? Justifier la réponse .

Exercice 3

Un anneau de moment d'inertie J_Δ tourne autour de son axe (Δ) à raison de 90 tours par minute .

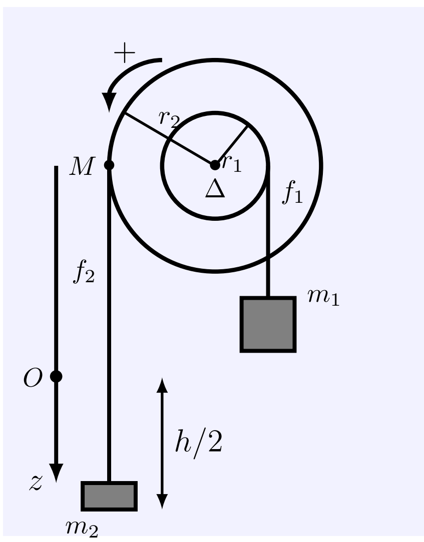
Pour freiner cet anneau , on exerce sur lui un couple de forces de moment $\mathscr{M}_C$ constant jusqu' à son arrêt. $\mathscr{M}_{\mathscr{C}} = -0,2N/m$. On néglige les frottements .

1. Quelle est la nature du mouvement de l'anneau pendant l'application du couple résistant ? Justifier la réponse .
2. Calculer la valeur de l'accélération angulaire de l'anneau pendant l'action du couple de freinage sachant que $J_\Delta = 8 \times 10^{-3} kg.m^2$.
3. Calculer la durée de freinage .

Exercice 4

Un système (S) est constitué de deux cylindres homogènes (D) et (D') de même substance , de même épaisseur, coaxiaux, solidaires l'un de l'autre. Le moment d'inertie de (S) par rapport à son axe de révolution est $J_\Delta = 1,7 \times 10^{-1} kg.m^2$.

On enroule sur chaque cylindre un fil inextensible de masse négligeable . Soit f_1 le fil enroulé sur D_1 de rayon r_1 à son extrémité on suspend un corps de masse $m_1 = 3kg$ et soit f_2 le fil enroulé sur le cylindre D_2 de rayon $r_2 = 2r_1 = 40cm$, à son extrémité on suspend un corps de masse $m_2 = 2kg$.



On libère le système sans vitesse initiale .

1. Montrer que le système est en mouvement dans le sens indiqué sur la figure ci-contre .
2. En réalisant une étude dynamique montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\ddot{\theta} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$ peut s'écrire sous la forme suivante :
$$\ddot{\theta} = \frac{r_1.g(2m_2 - m_1)}{J_\Delta + r_1^2(4m_2 + m_1)}$$
3. En déduire les valeurs de l'accélération linéaire a_1 de corps de masse m_1 et a_2 de corps de masse m_2
4. Calculer les deux tensions T_1 de f_1 et T_2 de f_2.
5. À l'instant $t = 0$ les deux corps se trouve de la même hauteur du plan horizontal (h=0.5m) et que le centre d'inertie du corps m_2 soit confondu avec l'origine de l'axe Oz qui est orienté vers le bas .
On considère le point M contact entre le fil f_2 et D_2 voir figure .Trouver les caractéristiques du vecteur accélération $\overrightarrow{a_M}$ en ce point M à un instant t où le corps m_2 descend de $\dfrac{h}{2}$.
On donne $g = 10m/s^2$

Exercice 5

Un plaque homogène OA , de masse $M = 2kg$ et de longueur $l = 50cm$, peut tourner dans un plan vertical , autour d'un axe fixe (Δ) passant par son extrémité O .
On lâche la plaque de sa position d'équilibre verticale instable où $\theta = 0°$ ' l'abscisse angulaire à l'instant t=0 , sans vitesse initiale . On donne le moment d'inertie de la plaque par rapport à (Δ) est : $J_\Delta = \dfrac{1}{3}Ml^2$ et l'intensité de pesanteur $g = 9,81m/s^2$.

1. Déterminer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ à un instant t où $\theta = 60°$ avec la verticale .
2. Calculer la norme de l'accélération tangentielle a_T et la norme de l'accélération normale a_N de l'extrémité libre A de la plaque à cet instant .
3. En déduire la norme est la direction de l'accélération linéaire $\overrightarrow{a}$ de cette extrémité .