



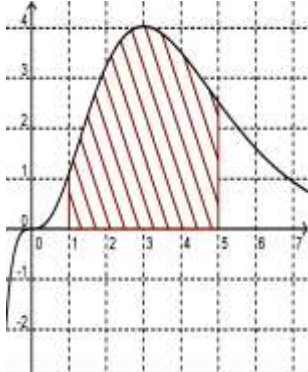
Définition	f est une fonction continue sur [ab] tel que F est une fonction primitive de f sur [ab] c.à.d. F' = f Le nombre F(b) – F(a) est appelé intégral de f de a à b on note : $F(b) – F(a) = \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b$ on lit intégral de a à b de f(x)dx.	
Propriétés (le programme considère seulement les fonctions continues)		
Linéarité	$\int_a^b (f + g)(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$	$\int_a^b \alpha f(x)dx = \alpha \int_a^b f(x)dx ; \alpha \in \mathbb{R}$
Relation de Chasles f est continue	$\int_a^a f(x)dx = 0$	$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$
	$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$ à condition c ∈ [ab]	
	f est dérivable sur [ab] et f' continue sur [ab] on a : $\int_a^b f'(x)dx = [f(x)]_a^b = f(b) – f(a)$ $\int_a^b cdx = [cx]_a^b = c(b – a)$ avec c ∈ ℝ .	
Intégral et l'ordre	• $\forall x \in [ab] , f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0 ;$ (à condition que a ≤ b) . • $\forall x \in [ab] , f(x) \leq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \leq 0 ;$ (à condition que a ≤ b) . • $\forall x \in [a,b] ; f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$. • $\left \int_a^b f(x)dx \right \leq \int_a^b f(x) dx$. avec a ≤ b. • $\forall x \in [a,b] : m \leq f(x) \leq M \Rightarrow (b – a)m \leq \int_a^b f(x)dx \leq (b – a)M$ • D'où : $m \leq \frac{1}{(b – a)} \int_a^b f(x)dx \leq M (a \neq b)$.	
La valeur moyenne	• Il existe au moins un c ∈ [ab] avec a < b tel que $(b – a) \times f(c) = \int_a^b f(x)dx$. • Le nombre $f(c) = \frac{1}{b – a} \times \int_a^b f(x)dx$ s'appelle la valeur moyenne de f sur [ab]	
intégration par parties	u et v sont deux fonctions dérivables sur [ab] leurs dérivées u' et v' sont continues sur [ab] on a $\int_a^b \underbrace{u(x)}_{(1)} \times \underbrace{v'(x)}_{(2)} dx = \underbrace{[u(x) \times v(x)]_a^b}_{(2)} - \underbrace{\int_a^b u'(x) \times v(x) dx}_{(3)}$	méthode ou bien disposition $u(x) = \dots$ $u'(x) = \dots$ (1) ↓ (2) ↘ - ↓ (3) $v'(x) = \dots$ $v(x) = \dots$
Applications sur les intégrales calculs des surfaces		
	• Le plan (P) est rapporté à un repère orthogonal (0, $\vec{i}, \vec{j}$) . on pose $\vec{OI} = \vec{i}$ et $\vec{OJ} = \vec{j}$ et le point K tel que OIKJ est parallélogramme . On considère la surface du parallélogramme OIKJ comme unité d'aire (du la surface) cette aire on la note 1 u.a • f est une fonction continue sur [ab] et (C_f) la courbe de f . • (F) est la partie du plan (P) compris entre la courbe (C_f) et l'axe des abscisses et les droites d'équations x = a et x = b . On désigne par A la surface de la partie (F) du plan (P) . • Remarque : la surface A se calcule par l'intégral $\int_a^b f(x)dx$ et dépend du signe de f(x)	



Propriétés

La surface de (F) est $A = \int_a^b |f(x)| dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$ (u.a)

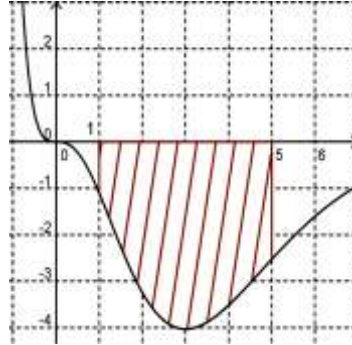
La fonction f est positive sur [ab] .
(c'est-à-dire (C_f) au dessus de l'axe des abscisses



La surface est :

$$A = \int_a^b f(x) dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \text{ u.a}$$

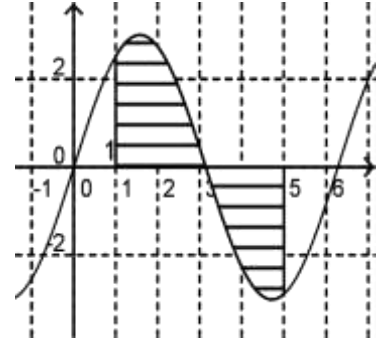
La fonction f est négative sur [ab] .
(c'est-à-dire (C_f) au dessous de l'axe des abscisses



La surface est :

$$A = -\int_a^b f(x) dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \text{ u.a}$$

La fonction f est change de signe sur [ab] . (c'est-à-dire (C_f) au dessous et au dessus de l'axe des abscisses



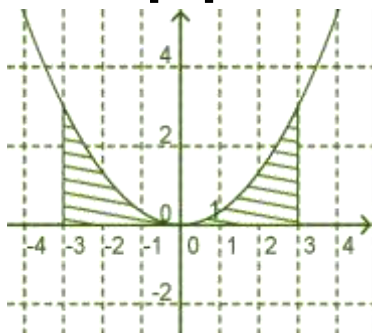
La surface est :

$$A = \int_a^b |f(x)| dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \text{ u.a}$$

$$= \int_a^c f(x) dx - \int_c^d f(x) dx \text{ (u.a)}$$

Les cas possibles

f est une fonction paire sur $[-a, a]$ est positive sur $[0, a]$.



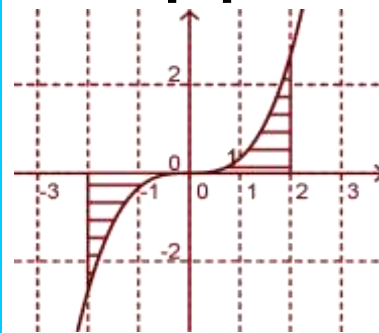
On a :

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \text{ u.a}$$

Remarque :

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = \int_0^a f(x) dx$$

f est une fonction impaire sur $[-a, a]$ et positive sur $[0, a]$



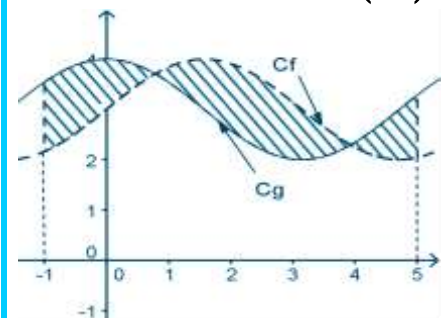
On a :

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \text{ u.a}$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

$$\int_{-a}^0 f(x) dx = -\int_0^a f(x) dx$$

domaine du plan comprise entre les deux courbes (C_f) et (C_g)



On considère $\mathcal{A}$ La surface du domaine du plan comprise entre les deux courbes (C_f) et (C_g) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$. La surface est :

$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \text{ u.a}$$

L'espace est muni d'un repère orthogonal $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. (C_f) la courbe d'une fonction continue sur $[ab]$ avec $(a < b)$. on suppose que (C_f) tourne au tour de l'axe des abscisse de 360° le solide de révolution obtenu a pour volume :

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 dx \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\| \times \|\vec{k}\| \text{ (unité de volume)}$$

