

Niveau: 2 P.C. + 2 S.V. SERIE



les nombres complexes

page



1. Bac 2014 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$ (0,75)

2. On considère le nombre complexe $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$.

a. Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ (0,5)

b. En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique, montrer que u^6 est un nombre réel. . (0,75)

3. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$.
soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a. Exprimer z' en fonction de z (0,5)

b. Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R , et en déduire que le triangle OAB est équilatéral. (0,5)

2. Bac 2014 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 4z + 5 = 0$ (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives $a = 2 + i$, $b = 2 - i$, $c = i$, $d = -i$ et $\omega = 1$.

a. Montrer que : $\frac{a - \omega}{b - \omega} = i$ (0,25)

b. En déduire que : le triangle ΩAB est rectangle isocèle en Ω (0,75)

3. soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. montrer que : $z' = iz + 1 - i$ (0,5)

b. Vérifier que : $R(A) = C$ et $R(D) = B$ (0,5)

c. montrer que : les points A, B, C, D appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre. (0,5)

3. Bac 2015 session normale (fuite تسريبات)

i. On considère le nombre complexe a tel que : $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

1. Montrer que : le module de a est $2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ (0,5)

2. Vérifier que : $a = 2\left(1 + \cos \frac{\pi}{4}\right) + 2i \sin \frac{\pi}{4}$ (0,25)

3. ..

a. Par la linéarisation de $\cos^2 \theta$ tel que θ est un nombre réel, montrer que $1 + \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta$ (0,25)

b. Montrer que : $a = 4\cos^2 \frac{\pi}{8} + 4i \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$ (on rappelle que $\sin 2\theta = 2\cos \theta \sin \theta$) (0,5)

Niveau: 2 P.C. + 2 S.V. SERIE

les nombres complexes

page



c. Montrer que : $4 \cos \frac{\pi}{8} \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$. Est la forme trigonométrique du nombre a puis montrer que

$$a^4 = \left(2\sqrt{2+\sqrt{2}} \right)^4 i \dots\dots\dots (0,5)$$

ii. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points Ω et A d'affixes respectives ω et a tel que $\omega = \sqrt{2}$ et $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$, et la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Montrer que l'affixe b du point B est l'image du point A par la rotation R est égale à $2i$. $\dots\dots\dots (0,5)$

2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|z - 2i| = 2$. $\dots\dots\dots (0,5)$

4. Bac 2015 session normale (الذي تم تعويض موضوع تسريبات)

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 + 10z + 26 = 0$. $\dots\dots\dots (0,75)$

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives $a = -2 + 2i$, $b = -5 + i$, $c = -5 - i$ et $\omega = -3$.

a. Montrer que : $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. En déduire que : la nature du triangle ΩAB . $\dots\dots\dots (0,5)$

3. Soit le point D l'image du point C par la translation T de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $6 + 4i$.

a. Montrer que : l'affixe d du point D est $1 + 3i$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. Montrer que : $\frac{b - d}{a - d} = 2$ puis en déduire que : le point A est le milieu du segment $[BD]$. $\dots\dots (0,5)$

5. Bac 2015 session de rattrapage

1. ..

a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 8z + 32 = 0$. $\dots\dots\dots (0,75)$

b. On considère le nombre complexe a tel que $a = 4 + 4i$. Ecrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique, puis en déduire que a^{16} est un nombre réel négatif. $\dots\dots\dots (0,75)$

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = 4 + 4i$, $b = 2 + 3i$ et $c = 3 + 4i$.

Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. Montrer que : $z' = iz + 7 + i$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. Vérifier que : l'affixe d du point D l'image du point A par la rotation R est $3 + 5i$. $\dots\dots\dots (0,5)$

c. Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC). $\dots\dots\dots (0,5)$

6. Bac 2016 session normale

Niveau: 2 P.C. + 2 S.V. SERIE



les nombres complexes

page



1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 4z + 29 = 0$ (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points Ω , A et B d'affixes respectives $\omega = 2 + 5i$, $a = 5 + 2i$, $b = 5 + 8i$.
 - a. Soit le nombre complexe u tel que : $u = b - \omega$, vérifier que $u = 3 + 3i$, puis montrer que $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ (0,75)
 - b. Déterminer l'argument du nombre complexe $\bar{u}$ ($\bar{u}$ désigne le conjugué du nombre complexe u). (0,25)
 - c. Vérifier que : $a - \omega = \bar{u}$, puis en déduire que : $\Omega A = \Omega B$ et $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ (0,75)
 - d. On considère la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$, déterminer l'image du point A par la rotation R. (0,5)

7. Bac 2016 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 8z + 41 = 0$ (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives $a = 4 + 5i$, $b = 3 + 4i$, $c = 6 + 7i$ et $\omega = 4 + 7i$.
 - a. Montrer que : $\frac{c - b}{a - b}$, en déduire que les points A, B, C sont alignés. (0,75)
 - b. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
Montrer que : $z' = -iz - 3 + 11i$ (0,75)
 - c. Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner la forme trigonométrique du nombre $\frac{a - \omega}{c - \omega}$ (0,75)

8. Bac 2017 session normale

On considère les deux nombres complexes a et b tel que : $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$.

1. ..
 - a. Vérifier que : $b = (1 + i)a$ (0,25)
 - b. En déduire que : $|b| = 2\sqrt{2}$ et $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ (0,5)
 - c. En déduire que : $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ (0,5)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A et B d'affixes respectives a et b, et le point C d'affixe $c = -1 + i\sqrt{3}$.
 - a. Vérifier que : $c = ia$ puis en déduire que $OA = OC$ et $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ (0,75)

Niveau: 2 P.C. + 2 S.V. SERIE



les nombres complexes

page



- b.** Montrer que le point B est l'image du point A par la translation T de vecteur $\overrightarrow{OC}$ (0,5)
c. En déduire que le quadrilatère OABC est un carré (0,5)

9. Bac 2017 session de rattrapage

- 1.** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 + 4z + 8 = 0$ (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A , B et C d'affixes respectives $a = -2 + 2i$, $b = 4 - 4i$, et $c = 4 + 8i$.
a. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
 Montrer que : $z' = -iz - 4$ (0,5)
b. Vérifier que : le point B est l'image du point C par la rotation R , en déduire la nature du triangle ABC (0,75)
3. ..
a. Soit ω l'affixe du point Ω milieu du segment [BC] ; montrer que : $|c - \omega| = 6$ (0,5)
b. Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|c - \omega| = 6$ est le cercle circonscrit du triangle ABC (0,5)

10. Bac 2018 session normale

- 1.** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $2z^2 + 2z + 5 = 0$ (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, on considère la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
a. Ecrire la forme trigonométrique du nombre complexe $d = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ (0,25)
b. Soit le point A d'affixe $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$; B l'image du point A par la rotation R , soit b l'affixe du point B montrer que $b = da$ (0,5)
3. Soit t la translation du vecteur $\overrightarrow{OA}$ et le point C l'image de B par la translation t et c l'affixe du point C
a. Vérifier que $c = b + a$, puis en déduire que $c = a \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$ (on peut utiliser question 2) b -) (0,75)
b. Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$, puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral (0,75)

11. Bac 2018 session de rattrapage

- 1.** Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$ (0,75)
1. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2}(1 - i)$ la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
a. Ecrire a sous forme trigonométrique (0,25)

Niveau: 2 P.C. + 2 S.V. SERIE



les nombres complexes

page



b. Soit le point B l'image du point A par la rotation R, et b l'afixe du point B montrer que

$$b = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{12} \right) \right) \dots\dots\dots (0,5)$$

2. ..

a. On considère le point C d'afixe $c = 1 + i$. Montrer que : $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. Soit t la translation du vecteur $\overrightarrow{OC}$ et le point D l'image de B par la translation t .

Montrer que : $OD = |b + c|$. $\dots\dots\dots (0,5)$

c. En déduire que : $OD \times BC = 2\sqrt{3}$. $\dots\dots\dots (0,5)$

12. Bac 2019 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 2z + 4 = 0$. $\dots\dots\dots (0,75)$

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A, B, C et D d'afixes respectives $a = 1 - i\sqrt{3}$, $b = 2 + 2i$, $c = \sqrt{3} + i$ et $d = -2 + 2\sqrt{3}$.

a. Vérifier que : $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. En déduire que : les points points A, C et D sont alignés . $\dots\dots\dots (0,25)$

3. Soit z l'afixe du point M et z' l'afixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

Vérifier que : $z' = \frac{1}{2}az$. $\dots\dots\dots (0,5)$

4. Soit le point H d'afixe h est l'image du point B par la rotation R, et le point P d'afixe p tel que $p = a - c$.

a. Vérifier que : $h = ip$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. Montrer que le triangle OHP est rectangle et isocèle en O . $\dots\dots\dots (0,5)$

13. Bac 2019 session de rattrapage

1. ..

a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 3z + 3 = 0$. $\dots\dots\dots (0,75)$

b. On pose : $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. écrire a sous forme trigonométrique . $\dots\dots\dots (0,5)$

2. On considère le nombre complexe $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$, vérifier que $b^2 = i$. $\dots\dots\dots (0,5)$

3. On pose $h = \cos \left(\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{12} \right)$, montrer que : $h^4 + 1 = a$. $\dots\dots\dots (0,5)$

4. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, on considère le point B d'afixe b et la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. Soit c l'afixe du point C l'image du point B par la rotation R, montrer que $c = ib$. $\dots\dots\dots (0,5)$

b. en déduire la nature du triangle OBC . $\dots\dots\dots (0,25)$