

Exercice 1 :

Ecrire les nombres complexes sous forme algébrique :

$$\textcircled{1} - z_1 = \frac{1}{2-3i}$$

::

$$\textcircled{2} - z_2 = \frac{1-i}{3+i}$$

::

$$\textcircled{3} - z_3 = \frac{2i}{1-2i} + \frac{(1+i)^2}{i}$$

$$\textcircled{4} - z_4 = (3+i)(1-5i)$$

::

$$\textcircled{5} - z_5 = \frac{3-6i}{3+i} + \frac{4}{3-i}$$

::

$$\textcircled{6} - z_6 = \left(\frac{4-6i}{2-3i} \right) \left(\frac{1+3i}{3+2i} \right).$$

Exercice 2 :

Donner une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

$$\textcircled{1} - z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

::

$$\textcircled{2} - z_2 = \sqrt{6} - \sqrt{2}i$$

::

$$\textcircled{3} - z_3 = -\frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{1}{2}i$$

$$\textcircled{4} - z_4 = (1-i)(-\sqrt{3}+i)$$

::

$$\textcircled{5} - z_5 = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$$

::

$$\textcircled{6} - z_6 = (1+i)^5.$$

Exercice 3 :

Soit θ un réel de l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$. Donner une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \sin \theta + i \cos \theta \quad :: \quad z_2 = -\sin \theta + i \cos \theta \quad :: \quad z_3 = -\sin \theta - i \cos \theta \quad .$$

$$z_4 = 1 + i \tan \theta \quad :: \quad z_5 = 1 + \cos \theta + i \sin \theta \quad :: \quad z_6 = \frac{1+i \tan \theta}{1-i \tan \theta} \quad .$$

Exercice 4 :

Soit z un nombre complexe tel que : $z \neq 1$.

On pose : $Z = \frac{z-2i}{z-1}$, avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$: $z = x+iy$

$\textcircled{1}$ - Déterminer : $\operatorname{Re}(Z)$ et $\operatorname{Im}(Z)$ en fonction de x et y .

$\textcircled{2}$ - Déterminer l'ensemble (D) des points $M(z)$ tels que Z est un réel .

$\textcircled{3}$ - Déterminer l'ensemble (ζ) des points $M(z)$ tels que Z est un imaginaire pur .

Exercice 5 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A , B et C d'affixes respectives: $z_A = 2 - 2i\sqrt{3}$, $z_B = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $z_C = 8$.

$\textcircled{1}$ - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes z_A , z_B et z_C .

$\textcircled{2}$ - Placer les points A , B et C sur le repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

$\textcircled{3}$ - On pose : $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

a - Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.

b - En déduire la nature du triangle ABC .

Exercice 6 :

On pose : $z_1 = 1+i$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes z_1 , z_2 et z_3 .

② - Déduire : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

③ - On pose : $z_4 = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

Montrer que : $\left(\frac{z_4}{4}\right)^{2016} \in \mathbb{R}$.

Exercice 7 :

On considère dans le plan complexe les points A , B et C d'affixes respectives :

$z_A = -\sqrt{2}$, $z_B = 1+i$ et $z_C = 1-i$.

① - Placer les points A , B et C sur un repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

② - a - Déterminer le module et l'argument $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$.

b - Déduire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$.

③ - a - Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique du quotient : $\frac{z_A - z_B}{z_A}$

b - Déduire : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 8 :

On considère dans le plan complexe les points A , B d'affixes respectives :

$z_A = i$, $z_B = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ et le point C d'affixe z_C tel que C le symétrique du point B par rapport à l'axe des réels .

① - Placer les points A , B et C sur un repère (O, \vec{u}, \vec{v}) .

② - Déterminer le module et l'argument $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.

③ - Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $\left| \frac{z - z_A}{z - z_B} \right| = 1$.

④ - On pose : $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.