| Prof : IDRISSI Abdessamad | Les Suites numériques (série n°1) | $2^{ème}$ Année Bac Sc-Ex |
|---|---|---|

## Exercice 1 :

Déteminer la limite de la suite $(u_n)$ dans les cas suivants :

① - $u_n = \dfrac{5n^2-3n+7}{n^2+n+1}$ ;; ② - $u_n = \sqrt{n}-\sqrt{n+1}$ ;; ③ - $u_n = \sqrt{\dfrac{4n+3}{n+2}}$

④ - $u_n = \dfrac{2n+(-1)^n}{3n+7}$ ;; ⑤ - $u_n = \dfrac{5^n-3^n}{5^n+3^n}$ ;; ⑥ - $u_n = \dfrac{4^n+2^n}{3^n-7^n}$

## Exercice 2 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{2}{3}u_n^2+2} \end{cases}$ ; $(\forall n\in\mathbb{N})$

① - a - Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$ : $u_n \succ \sqrt{6}$ .

b - Montrer que la suite $(u_n)$ est strictement décroissante, et qu'elle est convergente.

② - On pose : $(\forall n\in\mathbb{N})$ : $v_n = u_n^2 - 6$ .

a - Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et sont premier terme.

b - Calculer $v_n$ Puis en $u_n$ en fonction de n.

c - Calculer : $\lim\limits_{n\mapsto\infty} u_n$ .

## Exercice 3 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \dfrac{2}{5}u_{n+1} - \dfrac{1}{25}u_n \end{cases}$ , $(\forall n\in\mathbb{N})$

On pose : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $a_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{5}u_n$ et $b_n = 5^n u_n$

① - Montrer que $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique. puis calculer $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ en fonction de n.

② - Etudier la nature de $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ .

③ - a - Calculer $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ en fonction de n.

b - Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $0 \prec u_{n+1} \le \dfrac{2}{5}u_n$

c - Déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $0 \prec u_n \le \left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$ .

④ - Calculer : $\lim\limits_{n\mapsto\infty} u_n$ .

## Exercice 4 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \dfrac{6u_n+4}{u_n+6} \end{cases}$ ; $(\forall n\in\mathbb{N})$.

① - Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad u_n \geq 2$ .

②- Montrer que la suite $u_n$ est décroissante, et qu'elle est convergente.

③- On pose : $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n+2}$ .

a - Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique et déterminer sa raison .

b - Calculer $(v_n)$ puis $(u_n)$ en fonction de n.

④- Calculer : $\lim\limits_{n\mapsto\infty} u_n$ .

## Exercice 5 :

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0=\sqrt[3]{\dfrac{2}{7}} \\ u_{n+1}=\sqrt[3]{\dfrac{u_n^3+1}{8}} \end{cases}$ ; $(\forall n\in\mathbb{N})$ .

① - Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad u_n \succ \sqrt[3]{\dfrac{1}{7}}$ .

②- Montrer $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad \dfrac{u_{n+1}}{u_n}\prec 1$ , Conclure.

③- On pose : $(\forall n\in\mathbb{N}):\quad v_n=\dfrac{7}{8}u_n^3-\dfrac{1}{8}$ .

a - Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique et déterminer sa raison .

b - Calculer $(v_n)$ puis $(u_n)$ en fonction de n.

④- Calculer : $\lim\limits_{n\mapsto\infty} u_n$ .

⑤- Calculer la somme : $S_n=u_0^3+u_1^3+....+u_n^3$ en fonction n.

## Exercice 6 :

Soit $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ deux suites définies par :

$\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n+2v_n}{3} \end{cases}$ ; $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ et $\begin{cases} v_1=12 \\ v_{n+1}=\dfrac{u_n+3v_n}{4} \end{cases}$ ; $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ .

① - Calculer : $u_2$ , $v_2$ et $v_3$ .

②- On pose : $(\forall n\in\mathbb{N}^*):\quad w_n=v_n-u_n$ .

a - Montrer que $(w_n)$ est une suite géométrique et déterminer .

b - Calculer $\lim\limits_{n\mapsto+\infty} w_n$ .

③- a - Montrer que la suite $u_n$ est croissante et que la suite $v_n$ est décroissante.

b - Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*):\quad u_n\prec v_n$ puis déduire que : $u_1\leq u_n\prec v_n\leq v_1$ .

c - En déduire que les suites $(u_n)$ et $(v_n)$ sont convergentes .

④- On pose : $(\forall n\in\mathbb{N}^*):\quad t_n=3u_n+8v_n$ .

a - Montrer que $(t_n)$ est une suite constante .

b - Exprimer $(u_n)$ et $(v_n)$ en fonction de n.

idrissi405@gmail.com