Suite Majorée, Minorée, Bornée.

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite :

- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est Majorée si $(\exists M\in\mathbb{R})(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_n\le M$.
- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est Minorée si $(\exists m\in\mathbb{R})(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_n\ge m$.
- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est Bornée si elle est majorée et minorée, ce qui revient à dire :
  $(\exists M\in\mathbb{R})(\forall n\in\mathbb{N})\quad |u_n|\le M$.

Suites Croissante, Décroissante.

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite :

- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est Croissante si $(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_{n+1}\ge u_n$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\ge 1$.
- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est Strictement Croissante si $(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_{n+1}\succ u_n$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\succ 1$.
- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante si $(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_{n+1}\le u_n$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\le 1$.
- ☆ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est Strictement décroissante si $(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_{n+1}\prec u_n$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\prec 1$.

Remarque : Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de premier terme u_p .

- ☆ Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite Croissante donc $u_n\ge u_p$.
- ☆ Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite décroissante donc $u_n\le u_p$.

Suites arithmétiques, Suites géométriques.

	Suite arithmétique	Suites géométriques
Définition	$u_{n+1}-u_n=r$ r est la raison de u	$v_{n+1}=qv_n$ q est la raison de v
a , b et c trois termes successif	$a+c=2b$	$a\times c=b^2$
Formule explicite	$u_n=r(n-p)+u_p$ avec $n\ge p$	$v_n=v_p\times q^{n-p}$ avec $n\ge p$
Somme de tous les termes	$u_p+...+u_n=(n-p+1)\times\left(\dfrac{u_p+u_n}{2}\right)$	$v_p+...+v_n=v_p\times\left(\dfrac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)$

Limite de la Suite géométrique q^n avec $q\in\mathbb{R}$:

$$\lim_{n\mapsto+\infty} q^n=\begin{cases}0 & ; \quad -1\prec q\prec 1\\ 1 & ; \quad q=1\\ +\infty & ; \quad q\succ 1\end{cases}$$

idrissi405@gmail.com

Critères de convergence :

Propriété 1 :

Soit (u_n) *et* (v_n) *deux suites numériques et* l *et* α *deux nombres réels tels que :* $\alpha \succ 0$ *et soit* $N \in \mathbb{N}$.

Si : $(\forall n \geq N)$; $\begin{cases} |u_n - l| \leq \alpha v_n \\ \lim\limits_{n \mapsto +\infty} v_n = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = l$

Propriété 2 :

Soit (u_n) *et* (v_n) *et* (w_n) *trois suites numériques et soit* $N \in \mathbb{N}$ *et* $l \in \mathbb{R}$

Si : $(\forall n \geq N)$; $\begin{cases} w_n \leq u_n \leq v_n \\ \lim\limits_{n \mapsto +\infty} v_n = \lim\limits_{n \mapsto +\infty} w_n = l \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = l$

Propriété 3 :

Soit (u_n) *et* (v_n) *deux suites numériques et* α *un nombres réel tel que :* $\alpha \succ 0$ *et soit* $N \in \mathbb{N}$.

- ✯ *Si :* $(\forall n \geq N)$; $\begin{cases} u_n \leq \alpha v_n \\ \lim\limits_{n \mapsto +\infty} v_n = -\infty \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = -\infty$.
- ✯ *Si :* $(\forall n \geq N)$; $\begin{cases} u_n \geq \alpha v_n \\ \lim\limits_{n \mapsto +\infty} v_n = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{n \mapsto +\infty} u_n = +\infty$.

Propriété 4 :

- ✯ *Toute suite croissante et majorée est convergente.*
- ✯ *Toute suite décroissante et minorée est convergente.*

Limite d'une Suite définie par : $u_{n+1} = f(u_n)$.

Soit f *une fonction numérique définie et continue sur un intervalle* I *tel que :* $f(I) \subset I$.

et soit (u_n) *la suite définie par :* $\begin{cases} u_0 \in I \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$; $(\forall n \in \mathbb{N})$.

Si (u_n) *est convergente, alors sa limite* l *est une solution dans* I *de l'équation* $f(x) = x$.

idrissi405@gmail.com