

المعادلات التفاضلية

التمرين الأول:

حل المعادلة التفاضلية وحدد الحل الذي يحقق الشرط أو الشروط المدرجة مع المعادلة :

- | | |
|--|---|
| <p>1- $y(0) = 2 \quad 2y' + 3y = 0$</p> <p>2- $y(2) = (y'(1))^2 \quad y' - 2y = 0$</p> <p>3- $y(1) = -1 \quad y' + 5y = 0$</p> <p>4- $y(0) = 3 \quad y'(0) = -1 \quad y'' - y = 0$</p> <p>5- $y(1) = 2e - e^2 \quad y'(0) = 0 \quad y'' - 3y' + 2y = 0$</p> <p>6- $y(1) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0 \quad 2y'' + y' - y = 0$</p> | <p>7- $y(1) = 0 \quad y'(2) = 0 \quad y'' + 2y' + y = 0$</p> <p>8- $y(0) = 1 \quad y'(1) = 0 \quad 9y'' + 12y' + 4y = 0$</p> <p>9- $y(0) = \frac{1}{2} \quad y'(0) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad y'' + y = 0$</p> <p>10- $y(0) = 1 \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \quad y'' - 2y' + 2y = 0$</p> <p>11- $y(0) = 1 \quad y'(0) = -2 + \sqrt{3} \quad y'' + 4y' + 7y = 0$</p> |
|--|---|

التمرين الثاني:

نعتبر المعادلة التفاضلية : $y' - 2y = 8x^2 - 8x$ (E)

- 1- حل المعادلة التفاضلية : $y' - 2y = 0$ (E_1)
- 2- حدد حدودية من الدرجة الثانية $P(x)$ تكون حلا للمعادلة (E).
- 3- استنتج حلول المعادلة (E).

التمرين الثالث:

نعتبر المعادلة التفاضلية : $y'' + 2y' + 5y = 0$ (E)

- 1- حل المعادلة التفاضلية (E).
- 2- حدد الحل f الذي يحقق الشروط البدئية $f(0) = 0$ و $f'(0) = 1$.
- 3- نعتبر المعادلة التفاضلية : $y'' + 2y' + 5y = \cos 2x$.
- أ- حدد العددين λ و μ بحيث تكون الدالة g بحيث : $g(x) = \lambda \cos 2x + \mu \sin 2x$ حلا لهذه المعادلة.
- ب- استنتج جميع حلول هذه المعادلة.

التمرين الرابع:

1- حل المعادلة التفاضلية : $2y'' - 6y' + 5y = 0$ (E_1)

2- نعتبر المعادلة التفاضلية : $2y'' - 6y' + 5y = 2e^{3x}$ (E_2).

أ- بين أن الدالة g حيث $g(x) = \frac{2}{5}e^{3x}$ حل خاص ل (E_2).

ب- إعط مجموعة حلول المعادلة (E_2).

التمرين الخامس:

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين :

(E): $y' + y = y^2 \sin x$; (F): $-y' + y = \sin x$

نضع $z = \frac{1}{y}$ حيث $\forall x \in \mathbb{R}; y(x) \neq 0$

1- بين أن z حلا للمعادلة (F) $\Leftrightarrow y$ حلا للمعادلة (E).

2- بين أن الدالة z_0 المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $z_0(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$ هي حل للمعادلة (F).

3- حل المعادلة التفاضلية (F).

4- استنتج حلول المعادلة التفاضلية (E) والتي لا تنعدم على مجموعة تعريفها.