سلسلة الدعم

تمرين 1: (الدورة العادية 2015)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:
$$z^2+10z+26=0$$
2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي: $a=-2+2i$ و $b=-5+i$ و $c=-5-i$ و $\omega=-3$

أ- بين أن $\frac{b-\omega}{a-\omega}=i$

ب) استنتج طبيعة المثلث ΩAB

3- لتكن النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $6+4i$

أ) بين أن اللحق d للنقطة D هو $1+3i$

ب) بين أن: $\frac{b-d}{a-d}=2$ واستنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$

تمرين 2 (الدورة العادية 2015)

I نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

1) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

2) تحقق من أن $a=2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2i\sin\frac{\pi}{4}$

3) أ- بإخطاط $\cos^2\theta$، حيث θ عدد حقيقي، بين أن $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$

ب) بين أن $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (نذكر أن $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta$)

ج) بين أن $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ هو الشكل المثلثي للعدد a

ثم بين أن $a^4=\left(2\sqrt{2+2\sqrt{2}}\right)^4 i$

II نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقطتين Ω و A اللتين لحقاهما على التوالي هما: $\omega=\sqrt{2}$ و $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ونعتبر الدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$

1) □ بين أن اللحق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$

2) حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-2i|=2$

تمرين 3: (الدورة الاستدراكية 2015)

1) أ- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:
$$z^2-8z+32=0$$

ب) نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=4+4i$

اكتب العدد العقدي a على شكل المثلثي ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب.

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي: $a=4+4i$ و $b=2+3i$ و $c=3+4i$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقط M' صورة M بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن $z'=iz+7+i$

ب- تحقق من أن d لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $3+5i$

ج- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-3-5i|=|z-4-4i|$ هي المستقيم (BC)

تمرين 4 (الدورة العادية 2016)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:
$$z^2-4z+29=0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و Ω التي ألحاقها على التوالي هي: $a=5+2i$ و $b=5+8i$ و $\omega=2+5i$

أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u=b-\omega$

تحقق من أن $u=3+3i$ ثم بين أن $\arg u\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\overline{u}$

ج- تحقق من أن $a-\omega=\overline{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A=\Omega B$

وأن $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$

حدد صورة النقطة A بالدوران R

تمرين 5 (الدورة الاستدراكية 2016)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:
$$z^2-8z+41=0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و C و Ω التي ألحاقها على التوالي هي: $a=4+5i$ و $b=3+4i$ و $c=6+7i$ و $\omega=4+7i$

أ- احسب $\frac{c-b}{a-b}$ واستنتج أن النقط A و B و C مستقيمية

ب- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

بين أن $z'=-iz-3+11i$

ج- حدد صورة النقطة C بالدوران R ثم أعط شكلا مثلثيا للعدد $\frac{a-\omega}{c-\omega}$

تمرين 6 (الدورة العادية 2017)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a=\sqrt{3}+i$ و $b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$

1) أ- تحقق من أن $b=(1+i)a$

ب- استنتج أن $|b|=2\sqrt{2}$ وأن $\arg b\equiv\frac{5\pi}{12}[2\pi]$

ج- استنتج مما سبق أن $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2) المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b والنقطة C التي لحقها c بحيث $c=-1+i\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن $c=ia$ واستنتج أن $OA=OC$ و أن $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$

ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع.

تمرين 7 (الدورة الاستدراكية 2017)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2+4z+8=0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي: $a=-2+2i$ و $b=4-4i$ و $c=4+8i$

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

بين أن $z'=-iz-4$

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R واستنتج طبيعة المثلث ABC

3) ليكن ω لحق النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$

أ) بين أن $|c-\omega|=6$

ب) بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-\omega|=6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

تمرين 8 (الدورة العادية 2018)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$2z^2+2z+5=0$$

أ- أكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $d=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ب- لتكن النقطة A التي لحقها $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$ و B صورة النقطة A بالدوران R

ليكن b لحق النقطة B، بين أن $b=d.a$

3) لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ والنقطة C صورة B بالإزاحة t و c لحق النقطة C

أ- تحقق من أن $c=b+a$ ثم استنتج أن $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

ب- حدد $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ ثم استنتج أن المثلث OAC متساوي الأضلاع

تمرين 9 (الدورة الاستدراكية 2018)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2-2\sqrt{2}z+4=0$$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$ و النقطة A التي لحقها $a=\sqrt{2}(1-i)$

أ- أكتب على الشكل المثلثي العدد a

ب- تحقق من أن لحق النقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$

3) أ- نعتبر النقطة C التي لحقها $c=1+i$. بين أن $b^2-c^2=2\sqrt{3}$

ب- لتكن t الإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OC}$، والنقطة D صورة B بالإزاحة t . بين أن $OD=|b+c|$

ج- استنتج أن $OD\times BC=2\sqrt{3}$

تمرين 10 (الدورة العادية 2019)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2-2z+4=0$$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي: $a=1-i\sqrt{3}$ و $b=2+2i$ و $c=\sqrt{3}+i$ و $d=-2+2\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$

ب- استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية

3) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

بين أن $z'=\frac{1}{2}az$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$

4) لتكن H صورة النقطة B بالدوران R، و h لحقها و P النقطة التي لحقها $p=a-c$

أ- تحقق من أن $h=ip$

ب- بين أن المثلث OHP قائم الزاوية ومتساوي الساقين في O

تمرين 11 (الدورة الاستدراكية 2019)

1)أ- حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2-3z+3=0$$

ب- نضع $a=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$، أكتب a على الشكل المثلثي

2) نعتبر العدد العقدي $b=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$، تحقق من أن $b^2=i$

3) نضع $h=\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}$، بين أن $h^4+1=a$

4) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، نعتبر الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ والنقطة B التي لحقها b.

أ- ليكن c لحق النقطة C صورة النقطة B بالدوران R ، بين أن $c=ib$

ب- استنتج طبيعة المثلث OBC

تمرين 12 (الدورة العادية 2020)

1)نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$(E)\quad z^2-2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z+16=0$$

أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=-4\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2$

ب) استنتج حلي المعادلة (E)

2) نعتبر الأعداد العقدية: $a=(\sqrt{6}+\sqrt{2})+i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ و $b=1+i\sqrt{3}$ و $c=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

أ) تحقق من أن $b\overline{c}=a$ واستنتج أن $ac=4b$

ب) اكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي

ج) استنتج أن $a=4\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي: b و c و d حيث $d=a^4$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{12}$

أ) تحقق من أن $z'=\frac{1}{4}az$

ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R

ج) حدد طبيعة المثلث OBC

د) بين أن $a^4=128b$ واستنتج أن النقط O و B و D مستقيمية

تمرين 13 (الدورة الاستدراكية 2020)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2-\sqrt{2}z+1=0$$

2) نضع $a=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$

أ) أكتب a على الشكل المثلثي واستنتج أن a^{2020} عدد حقيقي

ب) ليكن العدد العقدي $b=\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ أثبت أن $b^2=a$

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي: a و b و c حيث $c=1$ و R ليكن الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{8}$ والذي يحول النقطة M ذات اللحق z إلى النقطة M' ذات اللحق z'

أ- تحقق من أن $z'=bz$

ب- حدد صورة النقطة C بالدوران R وبين أن النقطة A هي صورة النقطة B بالدوران R

4)أ- بين أن $|a-b|=|b-c|$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب- حدد قياسا للزاوية $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$

5) نعتبر T الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ ولتكن D صورة النقطة A بالإزاحة T

أ- تحقق أن لحق النقطة D هو العدد العقدي b^2+1

ب- بين أن $\frac{b^2+1}{b}=b+\overline{b}$ واستنتج أن النقط O و B و D مستقيمية

تمرين 14 (الدورة العادية 2021)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2-\sqrt{3}z+1=0$$

2) نعتبر العددين العقديين $a=e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $b=\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

أ) أكتب a على الشكل الجبري.

ب) تحقق من أن $\overline{a}b=\sqrt{3}$

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي: a و b و $\overline{a}$

3) بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بتحاك h مركزه O يتم تحديد نسبته.

4) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ) اكتب z' بدلالة z و a

ب) ليكن d لحق النقطة D صورة النقطة C بالدوران R , بين أن $d = a + 1$

ج) لتكن I النقطة التي لحقها العدد 1, بين أن $ADIO$ معين.

5) أ) تحقق من أن $d - b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$ و استنتج عمدة للعدد $d - b$

ب) اكتب العدد $1-b$ على الشكل المثلثي.

ج) استنتج قياسا للزاوية $\left(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{BD}\right)$