

### التمرين الأول

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{1-\ln x}; x \neq 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة بما يلي :

- (1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$
- (2) أ- ادرس اتصال  $f$  على اليمين من 0  
ب- ادرس قابلية اشتقاق  $f$  على اليمين من 0
- (3) أ- احسب نهايات عند محددات  $D_f$   
ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$
- (4) أ- أعط جدول تغيرات الدالة  $f$   
ب- حدد نقطة الانعطاف للمنحنى  $(C_f)$
- (5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$

### التمرين الثاني :

$$\begin{cases} f(x) = x - \frac{2x}{\ln x}; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

لتكن  $f$  دالة معرفة بما يلي : وليكن  $(C_f)$  منحنىها في  $\mathbb{M}(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  ثم احسب نهايات  $f$  عند محددات  $D_f$
- (2) أ- بين أن  $f$  دالة متصلة وقابلة للاشتقاق في 0  
ب - ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$
- (3) أ- ادرس تغيرات الدالة  $f$  وأعط جدول تغيراتها  
ب - ادرس تقعر المنحنى  $(C_f)$
- (4) أ) أنشئ المنحنى  $(C_f)$

ب) حل مبيانيا المتراجحة :  $x \left(1 - \frac{2}{\ln x}\right) + e > 0$

### التمرين الثالث :

- 1 [ نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$  .  
أ - احسب :  $g(1)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  .  
ب - احسب  $g'(x)$  ، وضع جدول تغيرات  $g$  .  
ج - حدد إشارة  $g(x)$  حيث  $x \in \mathbb{R}_+^*$  .
- 2 [ نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln x}{2x}$  .  
وليكن  $(C_f)$  منحنىها في معلم  $\mathbb{M}(O, \vec{i}, \vec{j})$  .  
أ - احسب :  $f(1)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  .  
ب - احسب  $f'(x)$  ، وضع جدول تغيرات  $f$  .  
ج - أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta): y = -\frac{1}{2}x + 1$  .



- (ب) بين أن المتتالية  $(U_n)_n$  تناقصية  
(ج) استنتج أن  $(U_n)_n$  متقاربة وحدد نهايتها

### التمرين السابع

#### الجزء (1)

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$

(1) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

ب- بين أن  $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$  ثم ضع جدول تغيرات الدالة  $g$

(2) أحسب  $g(1)$  و استنتج إشارة  $g(x)$

#### الجزء (2)

نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $h(x) = 1 - x(\ln x)^2$

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

ب- بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = 1$  ضع  $t = \sqrt{x}$

(2) أ- بين أن  $h'(x) = -\ln x (\ln x + 2)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $h$

ب- بين أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  و أن  $\alpha > 1$

ج- استنتج إشارة  $h(x)$

#### الجزء (3)

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2$

(1) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل فرعاً شلجيميا اتجاهه المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

(2) بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) تحقق أن  $f(x) - x = \frac{h(x)}{x}$  ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

(5) أرسم المنحنى  $(C_f)$  ( نأخذ  $\alpha \approx 2,1$  )

#### الجزء (4)

لتكن  $(U_n)_n$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي :  $U_0 = e$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(1) بين بالترجع أن  $U_n > \alpha$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

(2) بين أن المتتالية  $(U_n)_n$  تناقصية

(3) استنتج أن  $(U_n)_n$  متقاربة و حدد نهايتها