



باك 2015 الدورة العادية

01

$$f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)} \text{ حيث:}$$

ولتكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعمد منمنظم (O, i, j) (الوحدة 2 cm).

I ..

أ. بين أن: $D_f =]0; +\infty[$ مجموعة تعريف الدالة f . (0.5 ن)

02 ..

أ. أحسب: $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x < e}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} f(x)$ وأول هندسيا النتيجتين المتوصل إليهما. (0.75 ن)

ب. أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم استنتج أن المنحني (C_f) يقبل مقاربا بجوار $+ \infty$ يتم تحديده. (0.5 ن)

ج. بين أن: $x(1-\ln x) = x - x \ln x$ ثم أول هندسيا النتيجة (لحساب) لاحظ أن $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$. (0.5 ن)

03 ..

$$\text{أ.} \quad \text{بين أن: } f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2} \text{ لكل } x \text{ من } D_f. (0.75 \text{ ن})$$

ب. بين أن: الدالة f تناسبية على المجال $[1; +\infty[$ و تزايدية على كل من المجالين $[0; 1]$ و $]e; +\infty[$. (1 ن)

ج. ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f . (0.25 ن)

II ..

$$\text{لتكن } g \text{ الدالة العددية المعرفة على المجال } [0; +\infty[\text{ بما يلي:}$$

ولتكن (C_g) المنحني الممثل للدالة g في معلم متعمد منمنظم (أنظر الشكل).

01 ..

أ. حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية: $x \in]0; +\infty[$, $g(x) = 0$. (0.5 ن)

ب. نعطي جدول القيم التالية:

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	-0,14	-0,02	0,12	0,28

بين أن: المعادلة (E) تقبل حلها α حيث: $2,2 < \alpha < 2,3$. (0.5 ن)

02 ..

$$\text{أ.} \quad \text{تحقق من أن: } f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$$

ب. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادته $y = x$ يقطع المنحني (C_g) في نقطتين اللتين أقصولاهما 1 و α . (0.5 ن)

ج. حدد انطلاقا من (C_g) : إشارة الدالة g على المجال $[\alpha; 1]$ وبين أن $0 \leq -x - g(x)$ لكل x من $[\alpha; 1]$. (0.5 ن)



03. أنشئ في نفس المعلم (O, i, j) المستقيم (Δ) والمنحنى (\mathcal{C}_1) . (1.25 ن)

04.

أ. بين أن : $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{1}{1-\ln x}$ لكل x من D_f . (0.75 ن) (لاحظ أن : $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$)

ب. أحسب ، ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (\mathcal{C}_1) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلاتها $1 = x$ و $x = \sqrt{e}$. (0.75 ن)

III.

نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .

01. بين بالترجع أن : $1 \leq u_n \leq \alpha$ لكل n من \mathbb{N} . (0.5 ن)

02. بين أن المتالية (u_n) تنقصصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال II) (2) ج - . (0.5 ن)

03. استنتج أن المتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها . (0.75 ن)

بـاـك 2014 الدورة العادـية

02.

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty]$ بما يلي : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln(x)$

01. بين أن : $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ لكل x من $[0; +\infty)$ و استنتاج أن الدالة g تزايدية على $[0; +\infty)$. (0.5 ن)

02. تحقق أن $g(1) = 0$ ثم استنتاج أن $0 \leq g(x) \leq 1$ لكل x من $[1; +\infty)$. (0.75 ن)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = (1 + \ln(x))^2 + \frac{1}{x^2}$. ليكن (\mathcal{C}_1) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, i, j) (الوحدة 1 cm) .

01. بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة . (0.5 ن)

02. أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (0.25 ن)

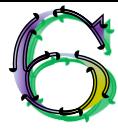
ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln(t))^2}{t} = 0$. (1 ن)

ج- حدد الفرع الالهائي للمنحنى (\mathcal{C}_1) بجوار $+\infty$. (0.25 ن)

أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $[0; +\infty)$ ثم استنتاج أن f تنقصصية على $[0; 1]$ و تزايدية على $[1; +\infty)$. (1.5 ن)

ب- ضع جدول لتغيرات الدالة f على $[0; +\infty)$ ثم استنتاج أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $[0; +\infty)$. (1 ن)

04. أنشئ المنحنى (\mathcal{C}_1) في المعلم (j, O, i) (نقبل أن المنحنى (\mathcal{C}_1) يقبل نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب) . (0.75 ن)



. $J = \int_1^e (1 + \ln(x))^2 dx$ و $I = \int_1^e (1 + \ln(x))dx$

أ - بين أن : $x \rightarrow x \ln(x) : H$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow 1 + \ln(x)$ على $[0; +\infty]$ ثم استنتج أن $I = e$. (0.5 ن)

ب - باستعمال المتكاملة بالأجزاء بين أن : $J = 2e - 1$. (0.5 ن)

ج - أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحني (C_f) و محور الأفاسيل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = e$. (0.5 ن)

باك 2013 الدورة الاستدراكية . 03

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty]$ بما يلي :

أ - تحقق أن : $2x^2 - x - 1 = (2x + 1)(x - 1)$. (0.25 ن)

ب - بين أن $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ لكل x من $[0; +\infty]$ و استنتاج أن الدالة g تناقصية على $[1; +\infty]$ تزايدية على $[1; +\infty]$. (1 ن)

ج - بين أن : $g(x) \geq 0$ لكل x من $[0; +\infty]$ (لاحظ أن $g(1) = 0$) . (0.5 ن)

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : المنحني الممثّل للدالة f في معلم متّعامد منظم (O, i, j) (الوحدة 1 cm)

أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا النتيجة . (0.5 ن)

ب - بين أن : $f'(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln(x)}{x} \right)^2 \right)$. (0.5 ن)

ج - استنتاج أن المنحني (C_f) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+0\infty$ يتم تحدي اتجاهه . (0.25 ن)

أ - بين أن : $f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - \ln(x)}{x} \right)$. (1 ن)

ب - تتحقق أن : $\frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln(x)}{x}$ لكل x من $[0; +\infty]$ و استنتاج أن f تزايدية على $[0; +\infty]$. (0.75 ن)

أ - بين أن : $y = 2x - 2$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) المماس للمنحني (C_f) في النقطة $A(1; 0)$. (0.5 ن)

ب - أنشئ المنحني (C_f) في المعلم (O, i, j) (نقبل أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة هي $A(1; 0)$. (1 ن)

أ - لتحقق أن الدالة $x \rightarrow x(\ln(x) - 1)$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow \ln(x)$ على المجال $[0; +\infty]$ ثم بين أن :

$I = \int_1^e \ln(x)dx = 1$ (0.75 ن)

ب - باستعمال المتكاملة بالأجزاء بين أن : $J = \int_1^e (\ln(x))^2 dx = e - 2$. (0.5 ن)

ج - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحني (C_f) و محور الأفاسيل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = e$ هي

$\frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) cm^2$. (0.5 ن)