

## ٦٠ سلسلة تمارين درس : النهايات والإتصال

### التمرين ٠٤

ادرس اتصال الدالة  $f$  على المجال  $I$  في كل حالة من الحالات التالية :

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = 4x - 5 + \cos(x) \quad 1$$

$$I = ]2, +\infty[ \text{ و } f(x) = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x} \quad 2$$

$$I = ]2, +\infty[ \text{ و } f(x) = |3x + 5| \quad 3$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = \frac{1}{2-x} + \sqrt{x} \quad 4$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } \begin{cases} f(x) = 1 + x^2 & ; x < 1 \\ f(x) = \frac{2}{x} & ; x \geq 1 \end{cases} \quad 5$$

$$I = \left[ \frac{1}{2}, +\infty \right[ \text{ و } f(x) = \sqrt{2x - 1} \quad 6$$

$$I = ]1, +\infty[ \text{ و } f(x) = \sqrt{\frac{3x - 1}{x - 1}} \quad 7$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = \cos(4x^2 + 3x - 1) \quad 8$$

$$I = \mathbb{R} \text{ و } f(x) = 3\sin(2x - \frac{\pi}{3}) \quad 9$$

### التمرين ٠٥

حدد صورة المجال  $I$  بالدالة  $f$  في الحالات التالية :

$$I = [-1, 4] \text{ و } f(x) = 7x - 2 \quad 1$$

$$I = ]-\infty, -2[ \text{ و } f(x) = -2x^2 + 5x - 4 \quad 2$$

$$I = ]4, 5[ \text{ و } f(x) = \frac{2x - 3}{4 - x} \quad 3$$

$$I = [-2, 4] \text{ و } \begin{cases} f(x) = 2x - 3 & ; x < 2 \\ f(x) = x^2 - 3 & ; x \geq 2 \end{cases} \quad 4$$

### التمرين ٠٦

بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل على الأقل حلًا في المجال  $I$  في كل حالة من الحالات التالية :

$$I = [0, 1] \text{ و } f(x) = 7x^3 - x - 1 \quad 1$$

### التمرين ٠١

ادرس اتصال الدالة  $f$  في  $x_0$  في كل حالة :

$$x_0 = 0 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & ; x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad 1$$

$$x_0 = 2 \text{ و } \begin{cases} f(x) = x + 3 & ; x \geq 2 \\ f(x) = (x - 4)^2 + 1 & ; x < 2 \end{cases} \quad 2$$

$$x_0 = 1 \text{ و } \begin{cases} f(x) = x - x^2 & ; x < 1 \\ f(x) = x - 1 - \sqrt{x^2 + 1} + 1 & ; x \geq 1 \end{cases} \quad 3$$

$$x_0 = 0 \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{x^3 + x}{|x|} & ; x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \quad 4$$

$$x_0 = \frac{4}{3} \text{ و } \begin{cases} f(x) = \frac{2x - 1}{3x - 4} & ; x > \frac{4}{3} \\ f(x) = 2x + 7 & ; x \leq \frac{4}{3} \end{cases} \quad 5$$

### التمرين ٠٢

نعتبر الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بمثابي :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 - x + 1 & ; x \in ]-\infty; -1[ \\ f(x) = \frac{2}{x^2 + 1} & ; x \in ]-1; +\infty[ \end{cases}$$

١ بين أن الدالة  $f$  متصلة في النقطة  $-1$

٢ بين أن الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$

### التمرين ٠٣

لتكن  $g$  الدالة المعرفة بـ :

١ أكتب  $g$  بدلالة  $x$  في الحالات التالية :  $x \in [-1, 0[$  و  $x \in [1, 2[$  و  $x \in [0, 1[$

٢ ادرس اتصال الدالة  $g$  في النقطتين  $0$  و  $1$

ج. بين أن المعادلة  $g(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{3}$  تقبل حلًا وحيداً في المجال  $\left[\frac{1}{9}, \frac{1}{4}\right]$

## التمرين 10

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بعاليٍ :  $f(x) = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$

1. حدد  $D_f$  واحسب نهايات  $f$  عند محدودات

2. اعط جدول تغيرات الدالة  $f$

3. لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = [2, +\infty]$

أ. بين أن  $g$  تقبل دالة عكسيّة  $g^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده

ب. حدد  $(g^{-1}(x))$  لكل  $x$  من  $J$

## التمرين 11

حل في  $\mathbb{R}$  المعادلات والمترابحات التالية :

$$x^6 - 3x^3 - 4 = 0 \quad 1$$

$$\sqrt[3]{1 - \sqrt{x}} = \sqrt[6]{x} \quad 2$$

$$\sqrt[3]{x} - \sqrt{x} = 0 \quad 3$$

$$\left(\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{3 - \sqrt[3]{x}}\right)^3 = 64 \quad 4$$

$$x + 2 > \sqrt[3]{x^2 + 8} \quad 5$$

$$\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 5x - 6} > x - 2 \quad 6$$

$$\frac{(x^3 - 1)(x^3 + 8)}{x^3 - 3\sqrt{3}} > 0 \quad 7$$

## التمرين 11

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x} - 1}{\sin(x)} \quad 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 1}{x-2} \quad 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x} \quad 6$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{x^2 - x} + x \quad 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 1}} \quad 7$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2 - x} - x \quad 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[6]{x^2 - x}}{\sqrt[3]{x+1}} \quad 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{x+3} - 2} \quad 4$$

$$I = \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{ و } f(x) = \cos(x) - x \quad 2$$

$$I = [-1, 0] \text{ و } f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2 \quad 3$$

$$I = [-2, 2] \text{ و } f(x) = x^4 + x^3 - 9 \quad 4$$

## التمرين 07

لتكن  $f$  دالة متصلة على  $[-2, +\infty)$  و جدول تغيراتها هو كال التالي :

$x$	-2	1	2	$+\infty$
$f(x)$	1	-2	3	1

1. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين مختلفين في المجال  $[-2, +\infty)$

2. كم عدد حلول المعادلة  $f(x) = 2$  في المجال  $[-2, +\infty)$  ؟ علل جوابك

## التمرين 08

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بعاليٍ :  $f(x) = 2x + 1 + \sqrt{x+1}$

1. حدد  $D_f$  واحسب نهايات  $f$  عند محدودات

2. اعط جدول تغيرات الدالة  $f$

3. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلًا وحيدًا  $\alpha$  في  $[-1, +\infty)$

4. باستعمال طريقة التفرع الثنائي اعط تأثيراً للعدد  $\alpha$  سعته  $5 \times 10^{-1}$

## التمرين 09

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بعاليٍ :  $f(x) = x - \sqrt{x}$

1. حدد  $D_f$  وبين أن  $f$  متصلة على

2. لتكن  $g$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $I = \left[0, \frac{1}{4}\right]$

أ. بين أن  $g$  تقبل دالة عكسيّة  $g^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده

ب. حدد  $(g^{-1}(x))$  لكل  $x$  من  $J$