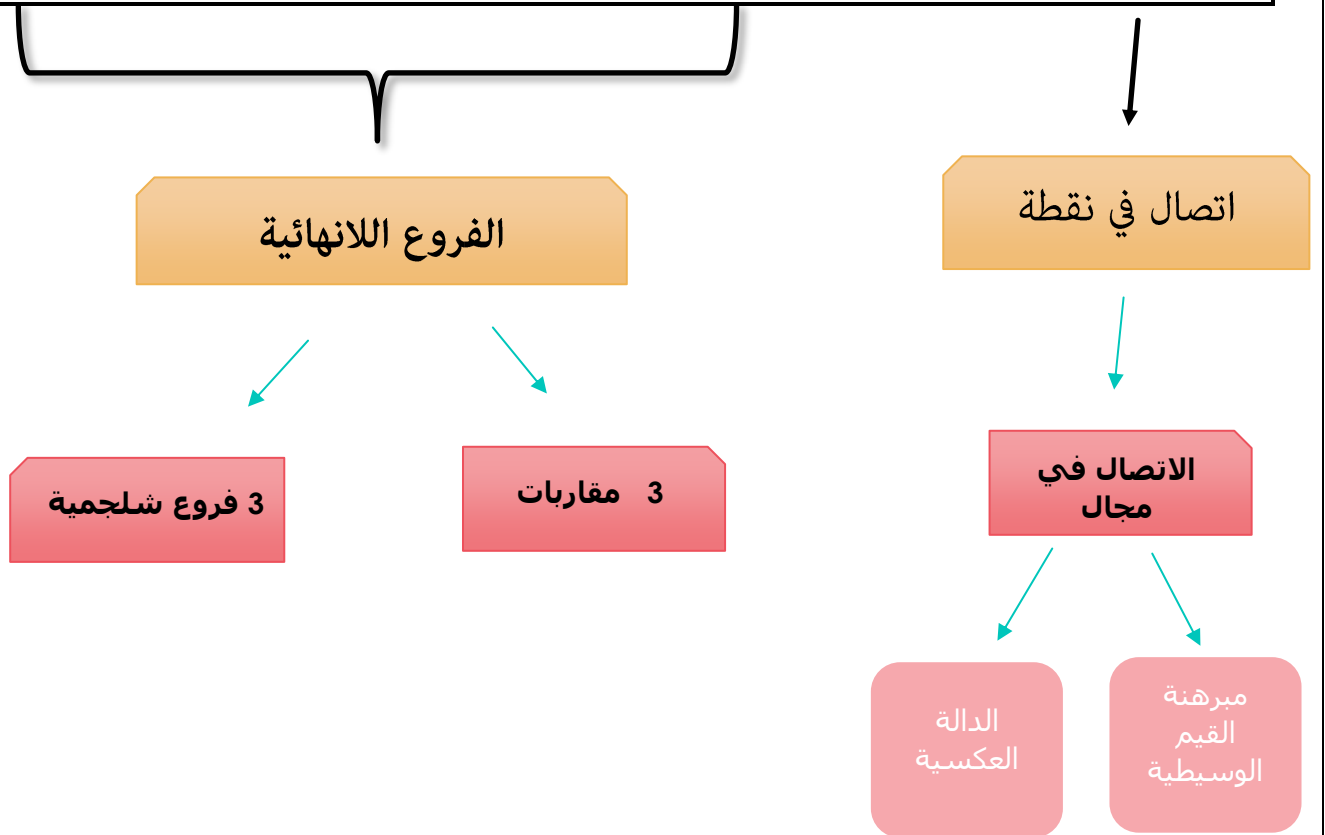


|                         |                                       |                         |
|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------|
| 1. أنواع النهايات       | I. النهايات والاتصال                  | المجزوءة :              |
| 2. الاتصال في نقطة      | II. حساب النهايات و الفروع اللانهائية | A. دراسة الدوال العددية |
| 3. الاتصال على مجال     | III. دراسة الإشارة                    | B. المتتاليات العددية   |
| 4. مبرهنة القيم الوسيطة | IV. الاشتقاق                          | C. حساب التكامل         |
| 5. الدالة العكسية       | V. تغيرات -تقعر وضع نسبي              | D. الأعداد العقدية      |
|                         | VI. نقط هامة                          |                         |
|                         | VII. ملخص لقواعد $\ln x$ و $e^*$      |                         |

## 1. هناك أربع أنواع من النهايات

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty \quad \# \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = b \quad \# \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty \quad \# \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \quad \#$$



## 2. الاتصال في نقطة :

نقول أن  $f$  متصلة في العدد  $x_0$  اذا تحقق ما يلي :  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l = f(x_0)$  حيث :  $l \in \mathbb{R}$

## 3. الاتصال على مجال :

تكون  $f$  متصلة على مجال مفتوح  $]a, b[$  إذا كانت  $f$  متصلة في كل عنصر من المجال  $]a, b[$



## العمليات على الدوال المتصلة و نتائج :

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| <p>لتكن <math>f</math> و <math>g</math> دالتين متصلتين على مجال <math>I</math> و <math>k</math> عدد حقيقي</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>الدوال <math>f + g</math> و <math>f \times g</math> و <math>k f</math> متصلة على المجال <math>I</math></li> <li>إذا كانت <math>g</math> لا تنعدم على فإن الدالتين <math>\frac{f}{g}</math> و <math>\frac{1}{g}</math> متصلتين على المجال <math>I</math></li> </ul> | العمليات على الدوال المتصلة |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>كل دالة حدودية متصلة على <math>\mathbb{R}</math></li> <li>كل دالة جذرية ودالة لا جذرية متصلة على مجموعة تعريفها</li> <li>الدالة اللوغاريتمية <math>\ln(x)</math> متصلة على <math>]0, +\infty[</math></li> <li>الدالة الأسية <math>e^x</math> متصلة على <math>\mathbb{R}</math></li> </ul>                                                                                        | نتائج :                     |

## لتحديد صورة مجال :

| المجال $f(I)$                                                                            |                                                                                          | المجال $I$      |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| $I$ تزايدية على $f$                                                                      | $f$ تناقصية على $I$                                                                      |                 |
| $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$                                                               | $f([a, b]) = [f(b), f(a)]$                                                               | $[a, b]$        |
| $f([a, b[) = [f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$                                      | $f([a, b[) = ]\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), f(a)]$                                      | $[a, b[$        |
| $f(]a, b]) = ]\lim_{x \rightarrow a^+} f(x), f(b)]$                                      | $f(]a, b]) = [f(b), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$                                      | $]a, b]$        |
| $f(]a, b[) = ]\lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$             | $f(]a, b[) = ]\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$             | $]a, b[$        |
| $f([a, +\infty[) = [f(a), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$                            | $f([a, +\infty[) = ]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f(a)]$                            | $[a, +\infty[$  |
| $f(]a, +\infty[) = ]\lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$   | $f(]a, +\infty[) = ]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)[$   | $]a, +\infty[$  |
| $f(]-\infty, b]) = ]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), f(b)]$                            | $f(]-\infty, b]) = [f(b), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$                            | $] -\infty, b]$ |
| $f(]-\infty, b[) = ]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)[$   | $f(]-\infty, b[) = ]\lim_{x \rightarrow b^-} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$   | $] -\infty, b[$ |
| $f(\mathbb{R}) = ]\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$ | $f(\mathbb{R}) = ]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)[$ | $\mathbb{R}$    |

معلومة بيناتنا : صورة مجال أنفعنا ف مبرهنة القيم الوسيطة و الدالة العكسية أو باش تحسبها ضروري تكون الدالة رتيبة

#### 4. مبرهنة القيم الوسيطة :

بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على مجال مفتوح  $I$  شروطها :

○  $f$  متصلة على المجال  $I$

○  $f$  رتيبة على المجال  $I$

○  $0 \in f(I)$

○ اذا طلب التحقق أن  $\alpha \in ]a, b[$  نتحقق من أن :  $f(a) \times f(b) < 0$



#### ملاحظات :

عند الإجابة على هذا السؤال نستنتج ما يلي :

✓ مبيانيا :  $(C_f)$  يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها  $\alpha$

✓ جبريا :  $f(\alpha) = 0$

#### 5. الدالة العكسية

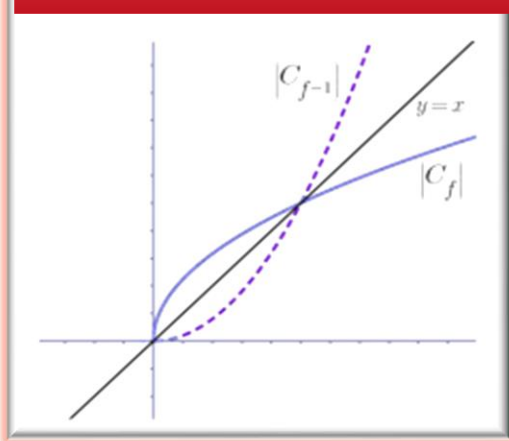
**سؤال :** بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على المجال  $J$

**جواب :** نبين أن :  $f$  دالة متصلة ورتيبة قطاعا على المجال  $I$  فإن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  معرفة على المجال  $J = f(I)$

#### لتحدد صيغة الدالة العكسية :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall x \in J \quad \forall y \in I \\ f^{-1}(x) = y \Leftrightarrow f(y) = x \end{array} \right. \text{ نستعين بالتكافؤ التالي :}$$

التمثيلان المبيانان للدالتين  $f$  و  $f^{-1}$  متماثلان للمنصف الأول للمعلم



#### اتصال الدالة العكسية

إذا كانت  $f$  دالة متصلة ورتيبة قطاعا على المجال  $I$  فإن الدالة عكسية  $f^{-1}$  متصلة على المجال  $f(I)$

#### اشتقاق الدالة العكسية

لتكن  $f$  دالة متصلة ورتيبة قطاعا على المجال  $I$  إذا كانت  $f$  قابلة للاشتقاق على المجال  $I$  و  $f' \neq 0$  فلدينا ،

$$\forall x \in f(I) \quad (f^{-1})'(x_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x_0))}$$