

الصفحة 1 3	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2017 - الموضوع -	 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
★★	RS 22	

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، وتتنوع حسب المجالات كما يلي :

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
2.5 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8.5 نقط	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	المسألة

التمرين الأول : (3 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ و المستوى (P) الذي معادلته $y - z = 0$

1) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1, 1, 1)$ و شعاعها هو 2 0.5

ب- احسب $d(\Omega, (P))$ و استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) 0.5

ج- حدد مركز و شعاع الدائرة (C) 0.5

2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة $A(1, -2, 2)$ و العمودي على المستوى (P)

أ- بين أن $\vec{u}(0, 1, -1)$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ) 0.25

ب- بين أن $\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$ و استنتج أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في نقطتين. 0.75

ج- حدد مثلث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم (Δ) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني : (3 نقط)

يحتوي صندوق على 10 كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس :

خمس كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (انظر الشكل جانبه).

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الصندوق.

1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط ". 1.5

و الحدث B : " من بين الكرات الأربع المسحوبة توجد بالضبط ثلاث كرات من نفس اللون ".

بين أن $p(A) = \frac{8}{15}$ وأن $p(B) = \frac{19}{70}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

أ- بين أن $p(X = 2) = \frac{2}{15}$ 0.5

ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و بين أن الأمل الرياضي $E(X)$ يساوي $\frac{4}{5}$ 1

التمرين الثالث : (3 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\square$ المعادلة $z^2 + 4z + 8 = 0$ 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A و B و C اللتي ألقاها

على التوالي هي a و b و c بحيث $a = -2 + 2i$ و $b = 4 - 4i$ و $c = 4 + 8i$

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ 0.5

بين أن $z' = -iz - 4$

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران R و استنتج طبيعة المثلث ABC 0.75

3) ليكن ω لحق النقطة Ω منتصف القطعة $[BC]$

أ- بين أن $|c - \omega| = 6$ 0.5

ب- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z - \omega| = 6$ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC 0.5

التمرين الرابع : (2.5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 17$ و $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$ لكل n من IN

(1) أ- بين بالترجع أن $u_n > 16$ لكل n من IN

ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية و استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = u_n - 16$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية.

ب- استنتج أن $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ لكل n من IN ثم حدد نهاية المتتالية (u_n)

ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n < 16,0001$

المسألة : (8.5 نقط)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي :

$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

(1) تحقق من أن $g(0) = 0$

(2) انطلاقا من التمثيل المبياني (C_g) للدالة g (انظر الشكل جانبه)

بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]-\infty, 0]$

وأن $g(x) \leq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي :

$$f(x) = x + 1 - (x^2 + 1)e^x$$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2 cm)

(1) أ- تحقق من أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ثم استنتج أن لكل x من IR $f(x) = x + 1 - 4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2 - e^x$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ج- بين أن المنحنى (C_f) يوجد تحت المستقيم (D)

(2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (يمكنك كتابة $f(x)$ على الشكل $x \left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x}\right)e^x \right]$)

ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجما يتم تحديد اتجاهه.

(3) أ- بين أن $f'(x) = g(x)$ لكل x من IR

ب- بين أن الدالة f تزايدية على $]-\infty, 0]$ و تناقصية على $[0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على IR

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف أفصولاهما -3 و -1

(4) أنشئ ، في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم (D) و المنحنى (C_f) (نأخذ $f(-3) \approx -2,5$ و $f(-1) \approx -0,75$)

(5) أ- تحقق من أن $H: x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto xe^x$ على IR ثم بين أن $\int_{-1}^0 xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_{-1}^0 (x^2 + 1)e^x dx = 3\left(1 - \frac{2}{e}\right)$

ج- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأرتاب

و المستقيم الذي معادلته $x = -1$

