

أجوبة امتحان الدورة العادية 2013

التمرين الأول

1 أ

لدينا : $\begin{cases} A(-1; 1; 0) \\ B(1; 0; 1) \\ O(0; 0; 0) \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} \overrightarrow{OA}(-1; 1; 0) \\ \overrightarrow{OB}(1; 0; 1) \end{cases}$

و منه : $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$

لنكن $M(x; y; z)$ نقطة من المستوى (OAB) .

نعلم أن المتجهة $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ متجهة منظمية على المستوى (OAB) .

إذن فهي عمودية على جميع متجهات المستوى (OAB)

إذن المتجهان $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OM}$ متعامدان

يعني ، باستعمال الجداء السلمي : $\overrightarrow{OM} \cdot (\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}) = 0$

أي : $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$ يعني : $x + y - z = 0$

و هذه الكتابة الأخيرة تميز نقط المستوى (OAB)

إذن فهي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) .

1 ب

لدينا $\Omega(1; 1; -1)$ و $(OAB) : x + y - z = 0$

إذن : $d(\Omega, (OAB)) = \frac{|1 + 1 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

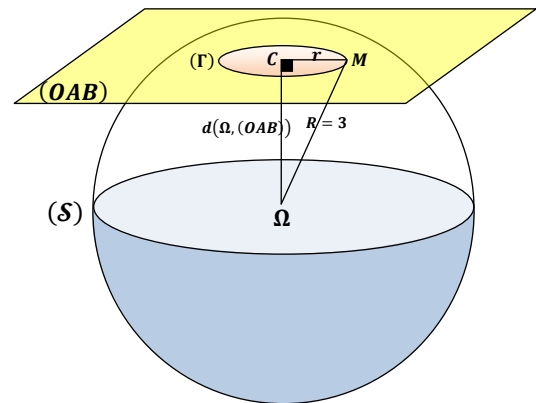
و نعلم أن (S) فلكة مركزها Ω وشعاعها $R = 3$.

نلاحظ إذن أن : $\sqrt{3} < 3$ يعني : $d(\Omega, (OAB)) < \text{Rayon}(S)$

إذن المستوى (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) مركزها

$C(\alpha; \beta; \gamma)$ وشعاعها r .

لتحديد قيمة الشعاع r نستعين بالشكل التالي :



من خلال هذا الشكل نلاحظ أن : $(\Omega C) \perp (OAB)$ إذن : $(\Omega C) \perp (CM)$

نستطيع إذن تطبيق مبرهنة فيثاغورس في ΩCM المثلث القائم الزاوية في C

إذن : $\Omega M^2 = \Omega C^2 + CM^2$

يعني : $3^2 = (\sqrt{3})^2 + r^2$ يعني : $r = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$

2 أ

ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على المستوى (OAB) .

و لنكن $M(x; y; z)$ نقطة من (Δ) .

بما أن (Δ) عمودي على (OAB) و $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ منظمية على (OAB)

فإن أي متجهة موجهة لـ (Δ) تكون مستقيمة مع المتجهة $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$.

لدينا $\overrightarrow{OM}$ متجهة موجهة للمستقيم (Δ) .

إذن المتجهان $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ و $\overrightarrow{OM}$ مستقيمتان.

يعني : $(\exists t \in \mathbb{R}) ; \overrightarrow{OM} = t(\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB})$

أي : $(\exists t \in \mathbb{R}) ; \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z+1 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

يعني : $(\Delta) : \begin{cases} x-1 = t \\ y-1 = t \\ z+1 = -t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$

يعني : $(\Delta) : \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+1 \\ z = -t-1 \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$

و هذه الكتابة الأخيرة عبارة عن تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

2 ب

بما أن (Δ) مار من Ω و عمودي على (OAB) فإن (Δ) و (ΩC) منطبقان

يعني : $C(\alpha; \beta; \gamma) \in (\Delta)$

و لدينا من جهة ثانية : $C(\alpha; \beta; \gamma) \in (OAB)$

نحصل إذن على النظام التالية :

و نعلم أن : $(\Delta) : \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+1 \\ z = -t-1 \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$

$(OAB) : x + y - z = 0$

إذن نعوض x و y و z بالمجاهيل α و β و γ نجد :

نعوض بعد ذلك α و β و γ بالتعابير التي تضم البارامتر t في آخر معادلة

نجد : $(1+t) + (1+t) - (-1-t) = 0$

و نحل هذه المعادلة الظرفية من الدرجة الأولى بمجهول واحد نجد :

$3t + 3 = 0$ أي : $t = -1$

نعوض t بالقيمة -1 في تعابير α و β و γ نجد :

إذن النقطة C التي نبحث عنها ما هي إلا أصل المعلم.

و بالتالي (Γ) دائرة مركزها O أصل المعلم.

التمرين الثاني

1 أ

$(1+i)(-3+6i) = -3+6i-3i-6 = -9+3i$

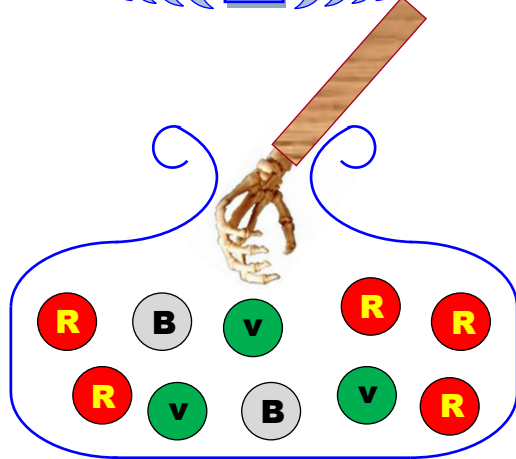
الهدف من هذه المتساوية هو توظيفها أثناء حساب $\frac{c-a}{b-a}$

$\frac{c-a}{b-a} = \frac{(-2+5i)-(7+2i)}{(4+8i)-(7+2i)} = \frac{-9+3i}{-3+6i}$

$= \frac{(1+i)(-3+6i)}{(-3+6i)} = (1+i)$

التمرين الثالث

1



عندما نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من صندوق يحتوي على 10 كرات فإنه توجد C_{10}^4 نتيجة ممكنة .

يعني : $card(\Omega) = C_{10}^4 = 210$

بحيث Ω هو كون امكانيات هذه التجربة العشوائية .

$$p(A) = p \left(\begin{matrix} \text{كرتان} \\ \text{حمرائين} \\ \text{و كرتان} \\ \text{خضراوين} \end{matrix} \right) = \frac{card \left(\begin{matrix} \text{كرتان} \\ \text{حمرائين} \\ \text{و كرتان} \\ \text{خضراوين} \end{matrix} \right)}{card(\Omega)} = \frac{C_5^2 \times C_3^2}{210} = \frac{10 \times 3}{210} = \frac{1}{7}$$

$$p(B) = p \left(\begin{matrix} \text{لا توجد أية} \\ \text{كرة بيضاء} \\ \text{مما سحبناه} \end{matrix} \right) \text{ ولدينا كذلك :}$$

$$\left(\begin{matrix} \text{لا توجد أية} \\ \text{كرة بيضاء} \\ \text{مما سحبناه} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \text{توجد على الأقل} \\ \text{كرة بيضاء من} \\ \text{بين الكرات} \\ \text{الأربع المسحوبة} \end{matrix} \right) \text{ ونلاحظ أن :}$$

$$= \left(\begin{matrix} \text{كرة بيضاء} \\ \text{واحدة و ثلاث} \\ \text{كرات غير ذلك} \end{matrix} \right) \text{ أو } \left(\begin{matrix} \text{كرتان بيضاوين} \\ \text{و كرتان تخالفان} \\ \text{اللون الأبيض} \end{matrix} \right)$$

$$p \left(\begin{matrix} \text{توجد على الأقل} \\ \text{كرة بيضاء من} \\ \text{بين الكرات} \\ \text{الأربع المسحوبة} \end{matrix} \right) = p \left(\begin{matrix} \text{كرة بيضاء} \\ \text{واحدة و ثلاث} \\ \text{كرات غير ذلك} \end{matrix} \right) + p \left(\begin{matrix} \text{كرتان بيضاوين} \\ \text{و كرتان تخالفان} \\ \text{اللون الأبيض} \end{matrix} \right)$$

$$= \frac{C_2^1 \times C_8^3}{210} + \frac{C_2^2 \times C_8^2}{210} = \frac{2 \times 56}{210} + \frac{28}{210} = \frac{2}{3}$$

$$p(B) = 1 - p(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ و بالتالي :}$$

2

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة (يعني سحب أربع كرات في آن واحد) بعدد الكرات المسحوبة .

يضم الصندوق كرتين بيضاوين و 8 كرات تخالف اللون الأبيض .

إذن عندما نسحب في آن واحد أربع كرات فإنه يُحتمل الحصول على كرات

كلها تخالف الأبيض ، أو الحصول على كرة بيضاء واحدة و الباقي يخالف

الأبيض ، أو الحصول على كرتين بيضاوين و كرتين غير ذلك .

إذن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي هي : 0 و 1 و 2

أو بتعبير أجمل : $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

1 ب

$$\text{لدينا : } \frac{c-a}{b-a} = 1+i \quad \text{إذن : } \left| \frac{c-a}{b-a} \right| = |1+i|$$

$$\text{يعني : } \frac{|c-a|}{|b-a|} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{إذن : } |c-a| = \sqrt{2} \cdot |b-a|$$

$$\text{أي : } AC = \sqrt{2} \cdot AB$$

$$\text{من جهة ثانية ، لدينا : } \frac{c-a}{b-a} = 1+i$$

لنكتب العدد العقدي $(1+i)$ على الشكل المثلثي :

$$(1+i) = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right) = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\text{إذن : } \frac{c-a}{b-a} = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\text{و منه : } \arg \left(\frac{c-a}{b-a} \right) \equiv \arg \left(\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \right) [2\pi]$$

$$\text{يعني : } \arg \left(\frac{c-a}{b-a} \right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$\text{أي : } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

إذن قياس للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

2 أ

$$\mathcal{R}_B \left(\frac{\pi}{2} \right) : (\mathcal{P}) \mapsto (\mathcal{P})$$

$$M(z) \mapsto M'(z')$$

لدينا الدوران $\mathcal{R}$ معرف بما يلي :

ننطلق من المعطى : $\mathcal{R}(A) = D$

إذن حسب التعريف العقدي للدوران نكتب :

$$(aff(D) - aff(B)) = e^{i\frac{\pi}{2}} (aff(A) - aff(B))$$

$$\text{يعني : } (d-b) = e^{i\frac{\pi}{2}} (a-b)$$

$$\text{يعني : } d-4-8i = i(7+2i-4-8i)$$

$$\text{يعني : } d = 7i-2-4i+8+4+8i$$

$$\text{أي : } d = 10+11i$$

2 ب

$$\frac{d-c}{b-c} = \frac{(10+11i) - (-2+5i)}{(4+8i) - (-2+5i)}$$

$$= \frac{12+6i}{6+3i} = \frac{2(6+3i)}{(6+3i)} = 2$$

$$\text{إذن : } \frac{d-c}{b-c} = 2 \text{ و منه : } (d-c) = 2(b-c)$$

$$\text{و باستعمال المتجهات نكتب : } \overrightarrow{CD} = 2 \overrightarrow{CB}$$

إذن النقط C و B و D نقط مستقيمية .

يمكن أن نجيب بطريقة أخرى مبينة كما يلي :

$$\text{لدينا : } \frac{d-c}{b-c} = 2 \quad \text{إذن : } \arg \left(\frac{d-c}{b-c} \right) \equiv 0 [2\pi]$$

$$\text{يعني : } (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) \equiv 0 [2\pi]$$

إذن النقط C و B و D نقط مستقيمية .

2 ب

لدينا الحدث $[X = 1]$ هو الحصول بالضبط على كرة بيضاء واحدة و ثلاث كرات مخالفة للون الأبيض .

$$p[X = 1] = \frac{C_2^1 \times C_8^3}{210} = \frac{2 \times 56}{210} = \frac{8}{15}$$

نقصد بقانون احتمال المتغير العشوائي X احتمال كل قيمة من قيم هذا المتغير العشوائي .

لدينا حسب السؤال (1) : $p(B) = \frac{1}{3}$ إذن : $p[X = 0] = \frac{1}{3}$ يكفي الآن أن نحسب $p[X = 2]$

الحدث $[X = 2]$ هو الحصول بالضبط على كرتين بيضاوين و كرتين تخالفين الأبيض

$$p[X = 2] = \frac{C_2^2 \times C_8^2}{210} = \frac{28}{210} = \frac{2}{15}$$

و بالتالي قانون احتمال المتغير العشوائي X هو التطبيق P_X المعروف بما يلي :

$$P_X : \{0; 1; 2\} \mapsto [0; 1]$$

$$0 \mapsto P_X(0) = \frac{1}{3}$$

$$1 \mapsto P_X(1) = \frac{8}{15}$$

$$2 \mapsto P_X(2) = \frac{2}{15}$$

و للتأكد من صحة الجواب يجب أن نتحقق من أن :

$$P_X(0) + P_X(1) + P_X(2) = 1$$

التمرين الرابع

1

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$ لدينا :

$$5 - u_{n+1} = 5 - \frac{25}{10 - u_n} = \frac{50 - 5u_n - 25}{10 - u_n}$$

$$= \frac{25 - 5u_n}{10 - u_n} = \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$$

لنبين بالترجع صحة العبارة (P_n) المعرفة بما يلي :

$$(P_n) : (\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_n > 0$$

لدينا : $5 - u_n > 0$ يعني $5 - 0 > 0$

إذن العبارة (P_1) صحيحة .

نفترض أن : $5 - u_n > 0$: $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

إذن الكمية $(5 - u_n)$ كمية موجبة قطعاً .

و منه فإن الكميتان $5(5 - u_n)$ و $5 + (5 - u_n)$ موجبتان قطعاً .

إذن الكمية $\frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$ كمية موجبة قطعاً باعتبارها خارج كميتين موجبتين قطعاً

أي : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)} > 0$

أي : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_{n+1} > 0$

إذن العبارة (P_{n+1}) صحيحة .

نحصل إذن على ما يلي : $\{ (P_1) \text{ est vraie} ; (P_n) \text{ implique } (P_{n+1}) ; (\forall n \in \mathbb{N}^*) \}$

إذن حسب مبدأ الترجع : $(P_n) \text{ est toujours vraie}$

أي : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_n > 0$

2 أ

ليكن n عنصراً من $\mathbb{N}^*$. لدينا : $v_n = \frac{5}{5 - u_n}$

إذن : $v_{n+1} = \frac{5}{5 - u_{n+1}} = 5 \times \left(\frac{1}{5 - u_{n+1}} \right)$

$$= 5 \times \left(\frac{5 + (5 - u_n)}{5(5 - u_n)} \right) = \frac{5 + (5 - u_n)}{(5 - u_n)} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$

و منه : $v_{n+1} - v_n = \frac{10 - u_n}{5 - u_n} - \frac{5}{5 - u_n}$

$$= \frac{10 - u_n - 5}{5 - u_n} = \frac{5 - u_n}{5 - u_n} = 1$$

بما أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} - v_n = 1$

يعني : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = v_n + 1$

فإن : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية حسابية أساسها 1 .

إذن بعدها العام v_n يكتب على الشكل :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = v_1 + (n - 1)1$$

لدينا : $v_1 = \frac{5}{5 - u_1} = \frac{5}{5 - 0} = 1$

إذن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = 1 + (n - 1)1$

أي : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = n$

و بما أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = \frac{5}{5 - u_n}$

فإن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; n = \frac{5}{5 - u_n}$

يعني : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5n - nu_n = 5$

يعني : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; nu_n = 5n - 5$

يعني : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; u_n = 5 - \frac{5}{n}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 - \frac{5}{n} \right) = 5 - \frac{5}{\infty} = 5 - 0 = 5$$

التمرين الخامس

1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2)^2 e^x = (+\infty - 2)^2 e^{+\infty} = (+\infty) e^{+\infty} = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - 2)^2 e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2)^2 \left(\frac{e^x}{x} \right) = (+\infty)^2 \times (+\infty) = +\infty$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \end{cases}$$

نحصل إذن على النهايتين التاليتين :

و من هاتين النهايتين نستنتج أن $(\mathcal{E})$ يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.



4 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا : $f'(x) = x(x-2)e^x$

إذن : $f''(x) = (x-2)e^x + xe^x + x(x-2)e^x$

ملاحظة : $(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$

و بالتالي : $f''(x) = (x^2 - 2)e^x$; $(\forall x \in \mathbb{R})$

و نعلم أن : $e^x > 0$; $(\forall x \in \mathbb{R})$

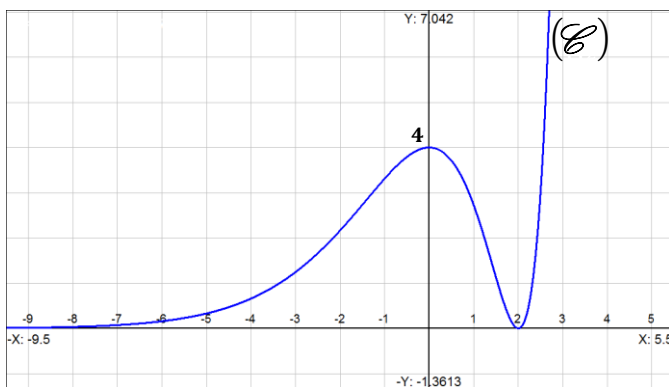
إذن إشارة $f''(x)$ تتعلق فقط بإشارة $(x^2 - 2)$ و نلاحظ أن يقبل نقطتي انعطاف أفصولا هما حلا المعادلة $x^2 - 2 = 0$

يعني : $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$

أي : $x = \sqrt{2}$ أو $x = -\sqrt{2}$

إذن المنحنى يقبل نقطتي انعطاف أفصولا هما $-\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$.

4 ب



5 أ

نعتبر الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $H(x) = (x-1)e^x$

نلاحظ أن H دالة متصلة على $\mathbb{R}$ لأنها عبارة عن تشكيلة منسجمة من الدوال المتصلة على $\mathbb{R}$.

و لدينا : $H'(x) = ((x-2)e^x)'$
 $= e^x + (x-1)e^x = xe^x = h(x)$

إذن الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

$$\int_0^1 \underbrace{x}_{u'} \underbrace{e^x}_{v'} dx = [uv]_0^1 - \int_0^1 u'v dx = [xe^x]_0^1 - [e^x]_0^1$$

$$= (e - 0) - (e - 1) = 1$$

5 ب

نحسب التكامل التالي باستعمال تقنية المكاملة بالأجزاء.

$$\int_0^1 \underbrace{x^2}_{u'} \underbrace{e^x}_{v'} dx = [x^2 e^x]_0^1 - \int_0^1 2x e^x dx$$

$$= [x^2 e^x]_0^1 - 2 \int_0^1 x e^x dx$$

$$= (e - 0) - 2 \times 1 = e - 2$$

$$\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$$

إذن :

2 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$.

$$f(x) = (x-2)^2 e^x = (x^2 - 4x + 4)e^x$$

$$= x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$$

2 ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \underbrace{x^2}_{0^+} \underbrace{e^x}_{0^-} - 4 \underbrace{x}_{0^+} \underbrace{e^x}_{0^-} + 4 \underbrace{e^x}_{0^+} = 0$$

محور الأفصايل مقارب أفقي للمنحنى $(\mathcal{C})$ بجوار $-\infty$

ملاحظة : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = \begin{cases} 0^+ & \text{si } n \text{ est pair} \\ 0^- & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$

3 أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$.

لدينا : $f(x) = (x-2)^2 e^x$

إذن : $f'(x) = 2(x-2)e^x + (x-2)^2 e^x$

$$= (x-2)e^x (2 + (x-2))$$

$$= (x-2)xe^x$$

إذن : $f'(x) = x(x-2)e^x$; $(\forall x \in \mathbb{R})$

3 ب

لدينا : $f'(x) = x(x-2)e^x$; $(\forall x \in \mathbb{R})$

نعلم أن : $e^x > 0$; $(\forall x \in \mathbb{R})$

إذن إشارة $f'(x)$ تتعلق بإشارتي x و $(x-2)$ و يُبين الجدول التالي إشارة $f'(x)$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
x	-	0	+	+
$x-2$	-	-	0	+
$f'(x)$	+	0	-	+
f	0	4	0	$+\infty$

إذن من خلال هذا الجدول نستنتج أن f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ و تناقصية على المجال $[0; 2]$.



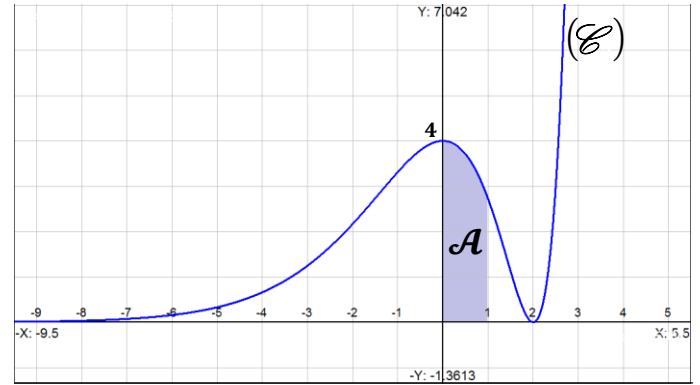


5

لتكن $\mathcal{A}$ مساحة الجزء من المستوى المحصور بين المنحنى $(\mathcal{C})$ ومحور الأفصيل و المستقيمين $x = 0$ و $x = 1$. نحسب $\mathcal{A}$ باستعمال التكامل التالي : $\mathcal{A} = \int_0^1 |f(x)| dx$.
نعلم أن الدالة f تناقصية على $[0; 2]$.
إذن فهي تناقصية على المجال $[0; 1]$.

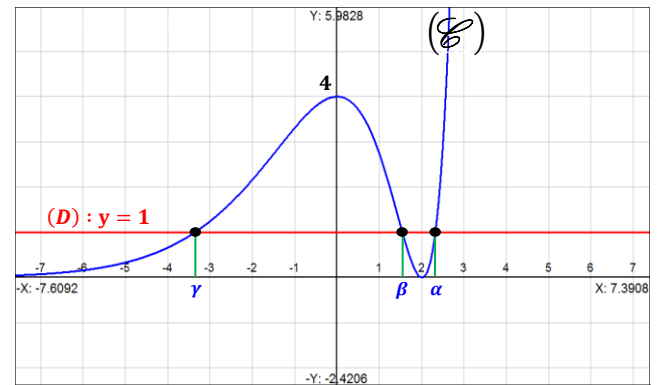
إذا كان : $0 \leq x \leq 1$ فإن : $f(0) \geq f(x) \geq f(1)$
و منه : $4 \geq f(x) \geq e \geq 0$
إذن : $f(x)$ كمية موجبة قطعاً على المجال $[0; 1]$.
و منه : $\forall x \in [0; 1] ; |f(x)| = f(x)$
و بالرجوع إلى المساحة $\mathcal{A}$ نكتب :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx \\ &= \int_0^1 (x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x) dx \\ &= \int_0^1 x^2 e^x dx - 4 \int_0^1 x e^x dx + 4 \int_0^1 e^x dx \\ &= (e - 2) - 4 \times 1 + 4[e^x]_0^1 \\ &= (e - 2) - 4 + 4(e - 1) = 5e - 10 \\ &= 5(e - 2) \approx 3,59 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



6

المعادلة : $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$
تصبح : $x^2 - 4x + 4 = e^{-x}$
نضرب طرفي هذه المعادلة في الكمية الموجبة قطعاً e^{-x} نجد :
 $e^x(x^2 - e^{-x} - 4x + 4) = 0$
يعني : $x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x = 1$ يعني : $f(x) = 1$
إذن حلول هذه المعادلة الأخيرة هي أفاصيل نقاط تقاطع المنحنى $(\mathcal{C})$ والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = 1$.
و هو ما يُبينه الشكل التالي :



إذن : المعادلة تقبل ثلاثة حلول و هي α و β و γ .