



ليكن n عنصرا من \mathbb{N} . لدينا : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} + 2 = \frac{1}{\left(\frac{u_n}{5+8u_n}\right)} + 2 = \frac{5+8u_n}{u_n} + 2 \quad \text{إذن :}$$

$$= \frac{5+10u_n}{u_n} = \frac{5}{u_n} + 10 = 5\left(\frac{1}{u_n} + 2\right) = 5v_n$$

إذن : $v_{n+1} = 5v_n$; $(\forall n \in \mathbb{N})$

و هذا يعني أن المتتالية v_n هندسية وأساسها هو العدد 5 .
و منه فإن الحد العام v_n لهذه المتتالية يكتب على الشكل :

$$v_n = v_0 5^{n-0} = \left(\frac{1}{u_0} + 2\right) 5^n = \left(\frac{1}{1} + 2\right) 5^n = 3 \times 5^n \quad (\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = 3 \times 5^n$$

إذن : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n - 2 = \frac{1}{u_n} \quad \text{إذن :}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{1}{v_n - 2} \quad \text{يعني :}$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2} \quad \text{إذن :}$$

نلاحظ أن التعبير 5^n عبارة عن متتالية هندسية أساسها 5 و هو عدد حقيقي أكبر من 1

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 5^n = +\infty \quad \text{إذن :}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3 \times 5^n - 2} \right) = \frac{1}{+\infty} = 0 \quad \text{و منه :}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0 \quad \text{إذن :}$$

التمرين الثالث :



لتحل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 18z + 82 = 0$

$$\Delta = (-18)^2 - 4 \times 82 = -4 = (2i)^2 \quad \text{لدينا :}$$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين z_1 و z_2 معرفين بما يلي :

$$z_1 = \frac{18 - 2i}{2} = 9 - i \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{18 + 2i}{2} = 9 + i$$

لدينا : $\frac{c-b}{a-b} = \frac{(11-i)-(9-i)}{(9+i)-(9-i)} = \frac{2}{2i} = \frac{1}{i} = \frac{1 \times i}{i \times i} = -i$

$$\begin{cases} \arg\left(\frac{c-b}{a-b}\right) \equiv \arg(-i) [2\pi] \\ \left|\frac{c-b}{a-b}\right| = |-i| \end{cases} \quad \text{إذن :} \quad \frac{c-b}{a-b} = -i$$

و من هذه الكتابة الأخيرة نحصل على :

$$\begin{cases} \arg\left(\frac{c-b}{a-b}\right) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi] \\ \left|\frac{c-b}{a-b}\right| = 1 \end{cases} \quad \text{يعني :}$$

أجوبة امتحان الدورة العادية 2011

التمرين الأول :



لتحل في \mathbb{R} المعادلة : $x^2 + 4x - 5 = 0$

$$\Delta = 4^2 - 4(-5) = 16 + 20 = 36 \quad \text{لدينا :}$$

إذن : المعادلة تقبل حلين حقيقيين x_1 و x_2 معرفين بما يلي :

$$x_1 = \frac{-4 - 6}{2} = -5 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-4 + 6}{2} = 1$$



لتحل في $[0; +\infty]$ المعادلة : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$

نستعمل قواعد الدالة \ln نجد :

$$\ln(x^2 + 5) = \ln(2x(x + 2)) \quad \text{يعني :}$$

$$\ln(x^2 + 5) = \ln(2x^2 + 4x) \quad \text{أي :}$$

$$e^{\ln(x^2+5)} = e^{\ln(2x^2+4x)} \quad \text{يعني :}$$

$$x^2 + 5 = 2x^2 + 4x \quad \text{و منه :}$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad \text{و هذه المعادلة تقبل في } \mathbb{R} \text{ الحلول } -5 \text{ و } 1 .$$

بما أن : $1 \notin [0; +\infty]$ فإن المعادلة : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$ تقبل حلًا واحدًا

في $[0; +\infty]$ وهو 1 .



لتحل في $[0; +\infty]$ المتراجحة $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$

هذه المتراجحة تصبح :

$$\ln(x^2 + x) \geq \ln(x^2 + 1) \quad \text{بما أن الدالة } \ln \text{ تقبل من } \mathbb{R}^+ \text{ نحو } \mathbb{R} \text{ فإن المتراجحة تصبح :}$$

$$x^2 + x \geq x^2 + 1$$

يعني : $x \geq 1$

وبالتالي : مجموعة حلول المتراجحة هي جميع الأعداد الحقيقة الأكبر من أو تساوي 1 . أو بتعبير آخر :

$$\mathcal{S} = [1; +\infty)$$

التمرين الثاني :



نعتبر العبارة (P_n) المعرفة بما يلي :

لدينا : $0 < u_n < 1$ إذن : $0 < u_0 < 1$ يعني أن العبارة (P_0) صحيحة .

نفترض أن : $0 < u_n < 0$ إذن : $5 + 8u_n > 5 > 0$

و هذا يعني أن الكميتيين u_n و $5 + 8u_n$ (5) موجبتين قطعا .

إذن $\frac{u_n}{5 + 8u_n}$ كمية موجبة قطعا .

أي : $\frac{u_n}{5 + 8u_n} > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$ يعني : $u_{n+1} > 0$ إذن : العبارة (P_{n+1}) صحيحة .

حصلنا إذن على النتائج التالية :

إذن حسب مبدأ الترجع : $\forall n \in \mathbb{N} ; u_n > 0$

التمرين الرابع:

أ 1

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . لدينا: $g(x) = (1-x)e^x - 1$

إذن: $g'(x) = -e^x + (1-x)e^x = -xe^x$

إذن: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; g'(x) = -xe^x$

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فإن: $x \in [0, +\infty[$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان: $-xe^x \geq 0$ فإن: $x \in]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

ولدينا: $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

أ 2

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان: $x \geq 0$

فإن: $(0) \leq g(0) \leq g(x)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

و منه: $\forall x \geq 0 ; g(x) \leq 0$

الحالة الثانية: إذا كان: $x \leq 0$

فإن: $g(x) \leq g(0) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \leq 0 ; g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن: $g(x) \leq 0$

إذن: $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

أ 1 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty$

$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ إذن:

أ 1 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1$ لدينا:

$= \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1$

$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ إذن:

نستنتج إذن من النتائج (1) و (2) أن المنحني (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأرتب بجوار $+\infty$.

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x - x$ لدينا:

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x)$

$= 2 \times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$

أي: $\left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ BC = BA \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{-\pi}{2} [2\pi] \\ |c-b| = |a-b| \end{array} \right.$

و من هذه الكتابة الأخيرة نستنتج أن ABC مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في نفس النقطة B .

ملاحظة: إذا كان $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ نقول أن ABC مثلث قائم

الزاوية مباشر. وإذا كان $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BC}) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ نقول أن ABC مثلث قائم الزاوية غير مباشر.

أ 1

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فإن: $x \in [0, +\infty[$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان: $-xe^x \geq 0$ فإن: $x \in]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

ولدينا: $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

أ 2 I

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان: $x \geq 0$

فإن: $(0) \leq g(0) \leq g(x)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

و منه: $\forall x \geq 0 ; g(x) \leq 0$

الحالة الثانية: إذا كان: $x \leq 0$

فإن: $g(x) \leq g(0) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \leq 0 ; g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن: $g(x) \leq 0$

إذن: $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

أ 1 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty$

$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ إذن:

أ 1 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1$ لدينا:

$= \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1$

$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ إذن:

نستنتج إذن من النتائج (1) و (2) أن المنحني (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأرتب بجوار $+\infty$.

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x - x$ لدينا:

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x)$

$= 2 \times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$

لدينا: $|4(1-i)| = 4\sqrt{1^2 + (-1)^2} = 4\sqrt{2}$

إذن: $4(1-i) = 4\sqrt{2}e^{i\theta}$

لنجرب الآن عن العمدة θ .

و من أجل ذلك ننطلق من: $4(1-i) = 4\sqrt{2} \cos \theta + i 4\sqrt{2} \sin \theta$

يعني: $\left\{ \begin{array}{l} 4 = 4\sqrt{2} \cos \theta \\ -4 = 4\sqrt{2} \sin \theta \end{array} \right.$

يعني: $\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta = \cos \left(\frac{-\pi}{4} \right) \\ \sin \theta = \sin \left(\frac{-\pi}{4} \right) \end{array} \right.$

إذن: $\theta \equiv \frac{-\pi}{4} [2\pi]$

و وبالتالي: $4(1-i) = 4\sqrt{2}e^{\frac{-i\pi}{4}}$

أ 2

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فإن: $x \in [0, +\infty[$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان: $-xe^x \geq 0$ فإن: $x \in]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

ولدينا: $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

أ 2 II

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان: $x \geq 0$

فإن: $(0) \leq g(0) \leq g(x)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

و منه: $\forall x \geq 0 ; g(x) \leq 0$

الحالة الثانية: إذا كان: $x \leq 0$

فإن: $g(x) \leq g(0) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \leq 0 ; g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن: $g(x) \leq 0$

إذن: $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty$

$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ إذن:

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1$ لدينا:

$= \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1$

$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ إذن:

نستنتج إذن من النتائج (1) و (2) أن المنحني (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأرتب بجوار $+\infty$.

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x - x$ لدينا:

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x)$

$= 2 \times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$

لدينا: $(c-a)(c-b) = (11-i-9-i)(11-i-9+i)$

و منه: $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$

يعني: $|c-a| \times |c-b| = |4(1-i)|$

يعني: $|c-a| \times |c-b| = 4|1-i|$

إذن: $|c-a| \times |c-b| = 4\sqrt{2}$

يعني: $AC \times BC = 4\sqrt{2}$

أ 2

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فإن: $x \in [0, +\infty[$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان: $-xe^x \geq 0$ فإن: $x \in]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

ولدينا: $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

أ 2 II

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان: $x \geq 0$

فإن: $(0) \leq g(0) \leq g(x)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

و منه: $\forall x \geq 0 ; g(x) \leq 0$

الحالة الثانية: إذا كان: $x \leq 0$

فإن: $g(x) \leq g(0) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \leq 0 ; g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن: $g(x) \leq 0$

إذن: $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty$

$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ إذن:

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1$ لدينا:

$= \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^{+\infty} - 1 = (0-1)(+\infty) - 1$

$= (-1)(+\infty) - 1 = -\infty - 1 = -\infty$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ إذن:

نستنتج إذن من النتائج (1) و (2) أن المنحني (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأرتب بجوار $+\infty$.

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x)e^x - x$ لدينا:

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2e^x - xe^x - x)$

$= 2 \times 0 - 0 - (-\infty) = 0 + \infty = +\infty$

لدينا: $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$

يعني: $|c-a| \times |c-b| = 4|1-i|$

يعني: $|c-a| \times |c-b| = 4\sqrt{2}$

يعني: $AC \times BC = 4\sqrt{2}$

أ 2

إذا كان $-xe^x \leq 0$ فإن: $x \in [0, +\infty[$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تناقصية على $[0; +\infty[$

إذا كان: $-xe^x \geq 0$ فإن: $x \in]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \in [0; +\infty[; g'(x) \geq 0$

و هذا يعني أن الدالة g تزايدية على $]-\infty; 0]$

ولدينا: $g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

أ 2 II

ليكن x عنصرا من \mathbb{R} . نفصل بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان: $x \geq 0$

فإن: $(0) \leq g(0) \leq g(x)$ لأن g تناقصية على $[0; +\infty[$

و منه: $\forall x \geq 0 ; g(x) \leq 0$

الحالة الثانية: إذا كان: $x \leq 0$

فإن: $g(x) \leq g(0) \leq g(0)$ لأن g تزايدية على $]-\infty; 0]$

و منه: $\forall x \leq 0 ; g(x) \leq 0$

نلاحظ في كلتا الحالتين أن: $g(x) \leq 0$

إذن: $\forall x \in \mathbb{R} ; g(x) \leq 0$

أ 2 II

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2-x)e^x - x = (2-\infty)e^{+\infty} - \infty$

$= (-\infty)(+\infty) - \infty = -\infty - \infty = -\infty$

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ إذن:

أ 2 II</p

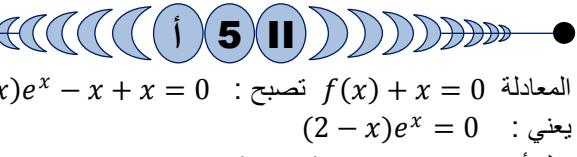
$$f(2) = (2 - 2)e^2 - 2 = -2 < 0 \quad \text{ولدينا كذلك: } f(2) < 0$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} \quad \text{ولدينا كذلك: } \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} > \frac{3}{2} \quad \text{بما أن: } e^{\frac{3}{2}} > 3 \quad \text{فإن: } \frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2} > 0 \quad \text{و منه: } f\left(\frac{3}{2}\right) > 0$$

$$(4) \quad f(2) \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \quad \text{من النتيجتين (2) و (3) نستنتج أن: } f(2) < 0 \text{ و } f\left(\frac{3}{2}\right) > 0$$

إذن من النتيجتين (1) و (4) نستنتج حسب مبرهنة القيمة الوسيطة (TVI) أن: $\exists! \alpha \in \left]2; \frac{3}{2}\right[$; $f(\alpha) = 0$

و بالتالي: المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α محصور بين 2 و $\frac{3}{2}$. النقطة ذات الأصول α هي نقطة تقاطع (\mathcal{C}) و محور الأفاسيل.

● 5 II أ (1) 

$$(2 - x)e^x - x + x = 0 \quad \text{المعادلة } f(x) + x = 0 \text{ تصبح: } (2 - x)e^x = 0$$

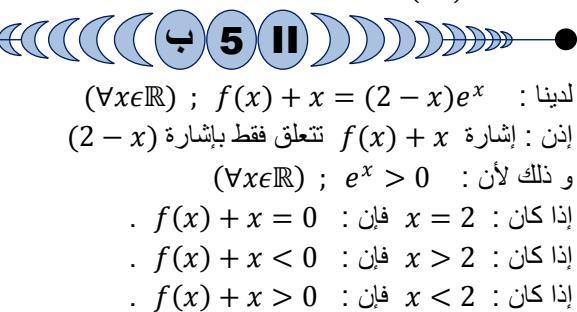
يعني: $(2 - x)e^x = 0$

نعلم أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^x \neq 0$

إذن: $x = 2$ و منه: $x = 2 - x = 0$

إذن أصول نقطة تقاطع (\mathcal{C}) و المستقيم (D) ذو المعادلة $y = -x$ هو 2 و أرتبها هو: $f(2) = -2$

و بالتالي: (D) يتقاطعان في النقطة $A(2; -2)$.

● 5 II ب (2) 

لدينا: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) + x = (2 - x)e^x$

إذن: إشارة x في $f(x) + x$ تتعلق فقط بإشارة $(2 - x)$

و ذلك لأن: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^x > 0$

إذا كان: $x = 2$ فإن: $f(x) + x = 0$

إذا كان: $x > 2$ فإن: $f(x) + x < 0$

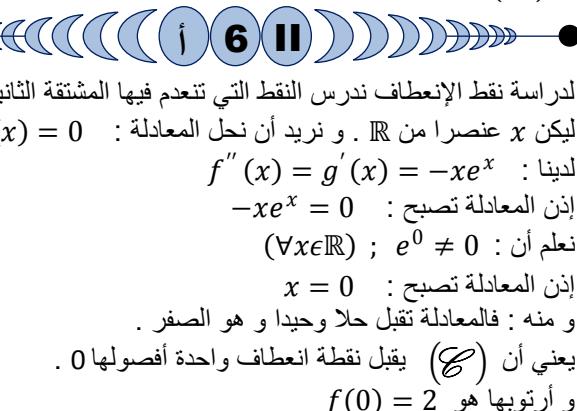
إذا كان: $x < 2$ فإن: $f(x) + x > 0$

● 5 II ج (3) 

نستنتج من السؤال ب أنه:

- إذا كان: $x > 2$ فإن: $f(x) < 0$
- إذا كان: $x < 2$ فإن: $f(x) > 0$

إذن: (\mathcal{C}) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $[2; -\infty)$ و (\mathcal{C}) يوجد أسفل (D) على المجال $[2; +\infty)$.

● 6 II أ (1) 

لدراسة نقط الانعطاف ندرس النقطة التي تتعدم فيها المشتقة الثانية "f''".

لدينا: $f''(x) = g'(x) = -xe^x$

إذن المعادلة تصبح: $-xe^x = 0$

نعلم أن: $e^0 \neq 0$; $x = 0$

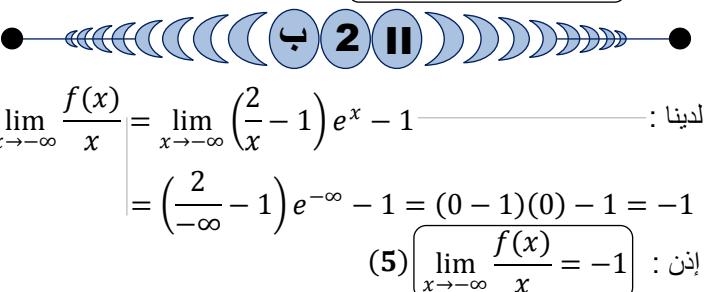
إذن المعادلة تصبح: $x = 0$

و منه: فالمعادلة تقبل حلاً وحيداً هو الصفر.

يعني أن (\mathcal{C}) يقبل نقطة انعطاف واحدة أصولها 0.

و أرتبها هو $f(0) = 2$

أي: $B(0; 2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (\mathcal{C})

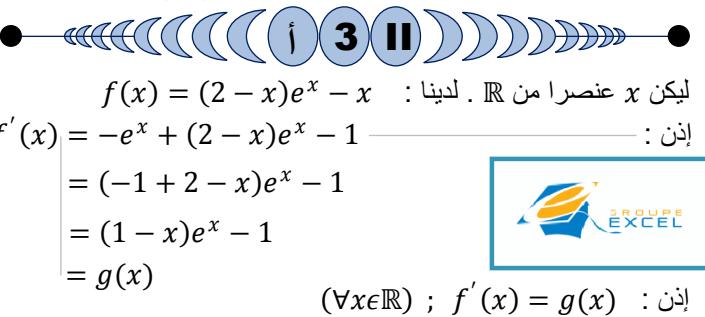
● 2 II ب (2) 

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ إذن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - x)e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2e^x - xe^x = 0 - 0 = 0$

(4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) + x) = 0$ إذن:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x} - 1 \right) e^x - 1 = \left(\frac{2}{-\infty} - 1 \right) e^{-\infty} - 1 = (0 - 1)(0) - 1 = -1$$

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$ إذن:

● 3 II أ (1) 

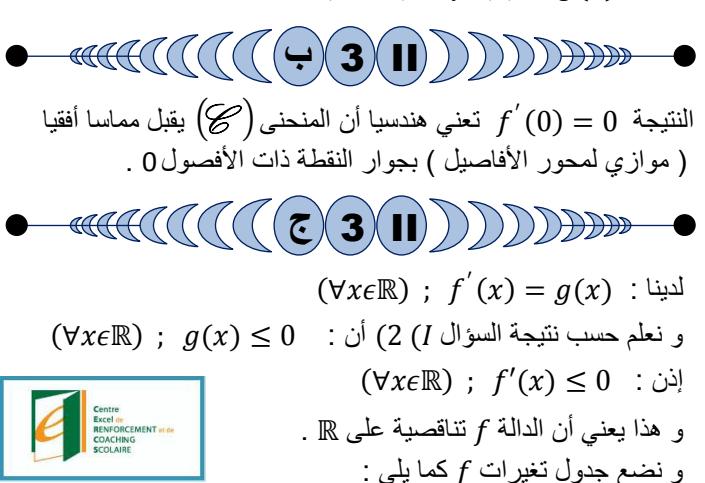
لدينا: $f(x) = (2 - x)e^x - x$

لدينا: $f'(x) = -e^x + (2 - x)e^x - 1$

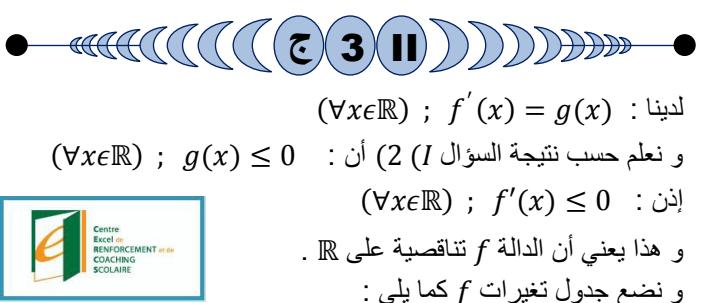
$$\begin{aligned} &= (-1 + 2 - x)e^x - 1 \\ &= (1 - x)e^x - 1 \\ &= g(x) \end{aligned}$$

لدينا: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = g(x)$



● 3 II ب (2) 

النتيجة $g(0) = 0$ تعني هندسياً أن المنحنى (\mathcal{C}) يقبل مماساً أفقياً (موازي لمحور الأفاسيل) بجوار النقطة ذات الأصول 0.

● 3 II ج (3) 

لدينا: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = g(x)$

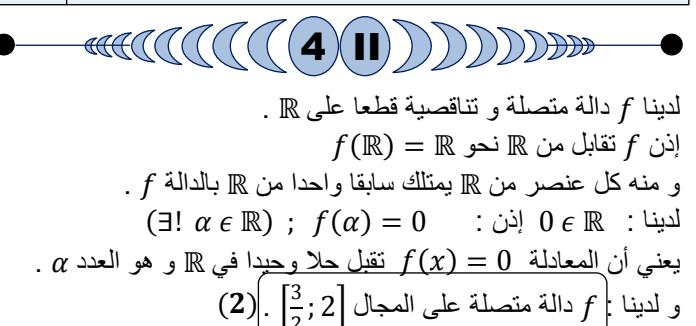
و نعلم حسب نتائج السؤال (I) أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; g(x) \leq 0$

لدينا: $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) \leq 0$

و هذا يعني أن الدالة f تناقصية على \mathbb{R} .

و نضع جدول تغيرات f كما يلي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-
f	$+\infty$	2	$-\infty$

● 4 II (2) 

لدينا f دالة متصلة و تناقصية قطعاً على \mathbb{R} .

لدينا f تقبل من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.

و منه كل عنصر من \mathbb{R} يمكنه سابقاً واحداً من \mathbb{R} بالدالة f .

لدينا: $0 \in \mathbb{R}$ إذن: $\exists! \alpha \in \mathbb{R} ; f(\alpha) = 0$

يعني أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً في \mathbb{R} و هو العدد α .

و لدينا: f دالة متصلة على المجال $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^0 |f(x) + x| dx = \int_{-1}^0 (f(x) + x) dx \quad \text{و منه:}$$



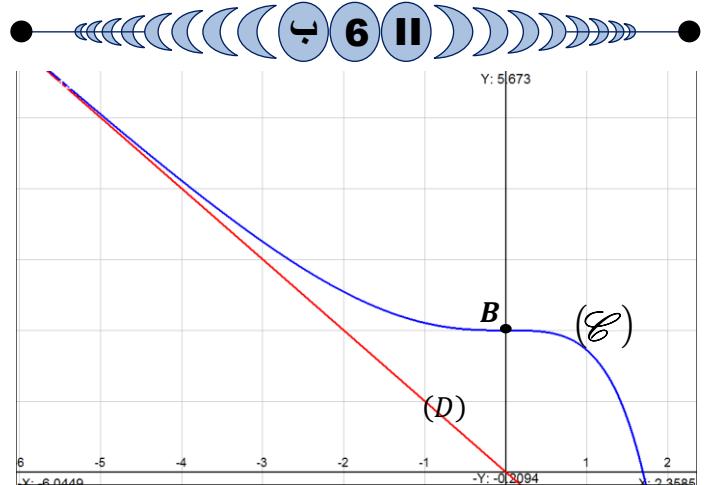
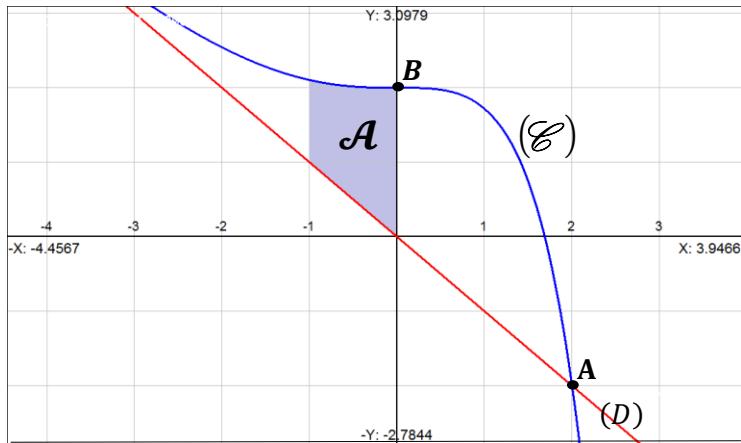
$$= \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ unité}^2$$

$$\mathcal{A} = \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ unité}^2 \quad \text{إذن:}$$

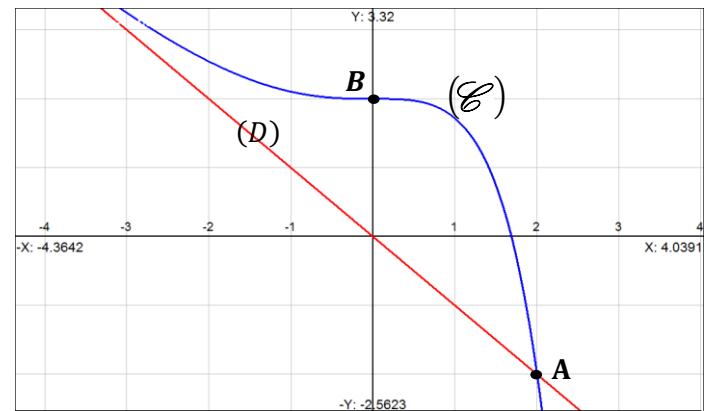
بما أن: $\|i\| = \|j\| = 2 \text{ cm}$ فإن: $(l'unité)^2 = 4 \text{ cm}^2$

إذن: $(l'unité)^2 = 4 \text{ cm}^2$

$$\mathcal{A} = 4 \left(3 - \frac{4}{e}\right) \text{ cm}^2 = \left(12 - \frac{16}{e}\right) \text{ cm}^2 \quad \text{و بالتالي:}$$



أضفت الصورة الأولى لنرى بوضوح ما يقع بجوار ∞ .



● 7 ●

$$\int_{-1}^0 \frac{(2-x)}{u} e^x dx = [uv]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 u'v dx \quad \text{لدينا:}$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 - \int_{-1}^0 -e^x dx$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 + \int_{-1}^0 e^x dx$$

$$= [(2-x)e^x]_{-1}^0 + [e^x]_{-1}^0$$

$$= \left(2 - \frac{3}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{e}\right) = 3 - \frac{4}{e}$$

$$\int_{-1}^0 (2-x) e^x dx = 3 - \frac{4}{e} \quad \text{إذن:}$$



● 7 ●

لتكن \mathcal{A} مساحة الحيز من المستوى المحسور بين المنحني (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلاتها $x = -1$ و $x = 0$.

نعلم أن التكامل يقيس هندسيا طول أو مساحة أو حجم.

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^0 |f(x) - (-x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x) + x| dx \quad \text{إذن:}$$

من خلال دراسة إشارة $(f(x) + x)$ حسب (II) ب)

نكتب: $\forall x < 2 ; f(x) + x > 0$

إذن: $\forall x < 2 ; |f(x) + x| = f(x) + x$