

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2008

المادة	الرياضيات
الشعب	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها
المعامل	7
مدة الإجهاز	3 س

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1 (3 نقط) :

1. حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 8z + 17 = 0$. (1ن)

2. تعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقطين A و B اللذين لحقاهما على التوالي

هما: $a = 4+i$ و $b = 8+3i$ ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω التي لحقها هو

$w = 1+2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$

أ- بين أن : $z' = -i - 1 + 3i$ (0.75 ن)

ب- تتحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c = -i$ (0.5 ن)

ج- بين أن: $b - c = 2(a - c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية. (0.75 ن)

التمرين 2 (3 نقط) :

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته هي $x - 1 = 0$

التي معادلتها هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$ (0.5 ن)

1. بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $I(2,3,-1)$ وأن شعاعها هو 3 (0.75 ن)

2. أ- بين أن مسافة النقطة I عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$ (0.5 ن)

ب- استنتاج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (T) شعاعها هو $\sqrt{3}$ (0.75 ن)

3. أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I والعمودي على (P) (0.5 ن)

ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(-2,1,1)$ (0.5 ن)

التمرين 3 (3 نقط) :

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) نسحب عشوائياً بالتابع وبدون إخلال ثالث كرات من الصندوق.

1. ما هو احتمال الحصول على ثالث كرات بيضاء؟ (1ن)

2. بين أن احتمال الحصول على ثالث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$ (1ن)

3. ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل؟ (1ن)

التمرين 4 (3 نقط) :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من \mathbb{N}

1. بين أن $1 < u_n$ لكل n من \mathbb{N} . (1ن)

2. بين أن : $v_n = \frac{u_{n-1}}{u_n}$ لكل n من \mathbb{N} . (1ن)

أ- بين (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n . (0.5ن)

ب- بين أن : $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من \mathbb{N} . ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) (0.5ن)

مسألة (8 نقط) :

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

1. احسب $(g)'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم بين أن g تزايدية على $[0, +\infty]$ وتناقصية على $]-\infty, 0]$ (1ن)

2. استنتج أن $0 < g(x)$ لكل x من \mathbb{R} (لاحظ أن $g(0) = 1$) (0.75ن)

II - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

ليكن (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (0.5ن)

ب- تحقق من أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right) \frac{\ln(e^{2x} - 2x)}{e^{2x} - 2x}$ (0.25ن)

ج- بين أن : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$ (نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$) (0.25ن)

د- استنتج أن المنحني (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديده اتجاهه. (0.25ن)

2. أ- لكل x من $[0, +\infty]$ ، تتحقق من أن $0 < 1 - \frac{2x}{e^{2x}}$ (0.75ن)

ب- استنتج أن $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$ (نذكر أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$) (0.5ن)

ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للمنحني (C) بجوار $+\infty$ (0.5ن)

د- بين أن : $0 \leq f(x) - 2x$ لكل x من $[0, +\infty]$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $[0, +\infty]$ (0.75ن)

(ن)

3. أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ لكل x من \mathbb{R} (0.75ن)

ب- ادرس إشارة $(f')'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . (0.5ن)

4. أنشئ (D) و (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن للمنحني (C) نقطتي انعطاف). (1ن)