

الثانوية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الدوال اللوغاريتمية

التمرين الأول:

1. علما أن $\ln(2) = 0.7$ و $\ln(3) = 1.3$ حدد قيمة مقربة لكل من:

$$Y = \ln(8) + \ln(\sqrt[3]{e}) - \ln(16). \quad X = \ln(36) + \ln(\sqrt{54}) - \ln\left(\frac{81}{64}\right).$$

$$Z = \ln(\sqrt{3}) - \ln(9) + \ln(6).$$

2. بسط ما يلي:

$$B = \ln(\sqrt{e}) - 3\ln(e^2) + \ln(2e) + \ln\left(\frac{1}{e}\right). \quad A = \ln(\sqrt{3}+1)^{2010} + \ln(\sqrt{3}-1)^{2010}$$

$$C = \ln(\sqrt[3]{e}) + 2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e}}\right) - \ln\left(\frac{e}{2}\right).$$

التمرين الثاني:

• حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$f_4(x) = \ln(1-|x|) \quad \bullet \quad f_3(x) = \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \quad \bullet \quad f_2(x) = \ln(x-1)^2 \quad \bullet \quad f_1(x) = (\ln(x)-2)\sqrt{x}$$

$$f_8(x) = \sqrt{\ln(\sqrt{\ln(x)})} \quad \bullet \quad f_7(x) = \sqrt{\frac{x}{\ln(x)-1}} \quad \bullet \quad f_6(x) = \ln\left(\frac{(x+1)^2}{x^2+1}\right) \quad \bullet \quad f_5(x) = \ln(-2x)$$

$$f_9(x) = \frac{\ln(2x-1)}{\ln(x+7)}$$

التمرين الثالث:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات والمترجمات آلاتية:

$$\ln^2|x| - 2\ln|x| = 0 \quad \cdot \quad \ln(\sqrt{1-x}) = \frac{1}{2}\ln(3) \quad \cdot \quad \ln(x) = -2 \quad \ln(x) = 3.$$

$$\ln x^2 = 4 \quad \cdot \quad \ln(x+1) + 1 = \ln(x^2 + 2x - 3) \quad \cdot \quad \ln|x+4| + \ln|x-2| = \ln(7)$$

$$\ln(2x-3) + \ln(x-4) = 2\ln(2) + \ln(3) \quad \cdot \quad (\ln(x))^4 - 10(\ln(x))^2 + 9 = 0$$

$$\ln|\sin(x)| + \ln|tg(x)| - \ln|\cos(x)|$$

$$\ln\left(\frac{x+7}{x+1}\right) = \ln(x+3)$$

$$\sqrt{\frac{\ln(x)}{\ln(x)-1}} > 1$$

التمرين الرابع:

حل في $\mathbb{R}^2$ النظمات التالية:

$$\begin{cases} 2\ln(x) + \ln(y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right) \\ \ln(x) + 2\ln(y) = 0 \end{cases}$$

و

$$\begin{cases} 2\ln(x) + 3\ln(y) = -2 \\ 3\ln(x) + 5\ln(y) = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x^3 - \ln y^2 = -4 \\ \ln x + \ln y^4 = 1 \end{cases}$$

و

$$\begin{cases} \ln(x-y) = 0 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

التمرين الخامس: حدد النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) + \frac{3}{x} \quad \cdot \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right) \quad \cdot \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 4x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x) + 1)^2 \quad \cdot \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} -2x + (1 + \ln(x))^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \ln(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3}(\ln(x))^3 + (x-1)\ln(x)$$

التمرين السادس:

$$\begin{cases} f(x) = x - \frac{2x}{\ln(x)} & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

• دالة معرفة بما يلي:

1. حدد حيز تعريف الدالة f .
2. 1- بين أن f متصلة في الصفر.
ب- ادرس قابلية اشتقاق f في 0 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة.
3. 1- احسب النهايات عند المحدات.
ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
4. ادرس تغيرات الدالة f .
5. 1- حدد نقطة انعطاف المنحنى (C_f) .
ب- أنشئ مماس المنحنى (C_f) في هذه النقطة.
6. ارسم المنحنى. $(e^2 = 7,4)$

التمرين السابع:

I - دالة عددية بحيث:

$$h(x) = 2 - \ln(x) + x$$

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$.
- (2) احسب مشتقة الدالة $h(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$.
- (3) أعط جدول تغيرات الدالة h .
- (4) تحقق أن: $h(x) \geq 3$ $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$.

II. دالة معرفة بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}.$$

- (1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .
- (2) 1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
ب- حدد الفروع اللانهائية للمنحنى.
- (3) 1- تحقق أن $f'(x) = \frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$ $\forall x \in D_f$.
ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الثامن:

$$g(x) = \frac{x^2}{\ln(x)} \quad x > 0$$

g دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بما يلي:

$$g(0) = 0 \quad \text{و}$$

- (1) حدد مجموعة التعريف
- (2) تحقق أن g متصلة على اليمين في الصفر.
- (3) احسب نهايات g عند محددات g .
- (4) ادرس قابلية اشتقاق g على يمين 0.

$$g'(x) = \frac{x(-1+2\ln(x))}{(\ln(x))^2} \quad \text{أ- بين أنه لكل } x \text{ من }]0,1[\cup]1,+\infty[\text{ لدينا :}$$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة g .

(6) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في $M(0, \vec{i}, \vec{j})$.

$$f(x) = 2x - \ln \left[\frac{(x+1)^2}{x^2+1} \right] \quad \text{التمرين التاسع:} \quad f \text{ دالة بحيث:}$$

(1) أ- بين أن $D_f =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$. ب- احسب النهايات عند المحدات .

$$\forall x \in D_f \quad f(x) = 2x + \ln(x^2+1) - 2\ln|x+1| \quad \text{أ- بين أنه :}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+x+2)}{(x+1)(x^2+1)} \quad \text{ب- تحقق أن :}$$

ج- أعط جدول التغيرات .

(3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) - 2x = 0$: واستنتج تقاطع (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

(4) أنشئ المنحنى محددًا بالنقط ذات الإفاصيل 2 و 1 و

$$\text{نأخذ } \ln 5 = 1,6 \text{ و } \ln 2 = 0,7 \text{ و } \ln 3 = 1,1 .$$

$$f(x) = \frac{x + \ln|x-1|}{x-1} .$$

التمرين العاشر: f دالة معرفة من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بما يلي:

(1) حدد D_f . 2. بين أن $I(1,1)$ مركز تماثل المنحنى (C) تم نضع $D_E =]1, +\infty[$.

(3) أ- احسب $f'(x)$ على D_E واستنتج أن f تزايدية على $[1, 2]$ وتناقصية على $[2, +\infty[$.

ب- حدد جدول تغيرات الدالة f . 4. حدد احداثي نقطة انعطاف على D_E .

ب- حدد احداثي نقطة تقاطع (C) والمستقيم $y = 1$ على مجال الدراسة D_E .

ج- أنشئ (C) على D_E ومماسه في $x_0 = 1 + \sqrt{e}$. $\frac{1}{e} = 0,3$. $\sqrt{e} = 1,6$.