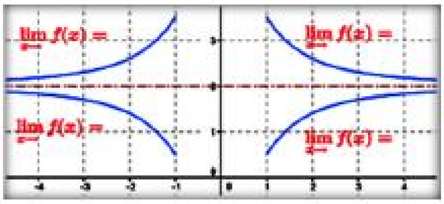
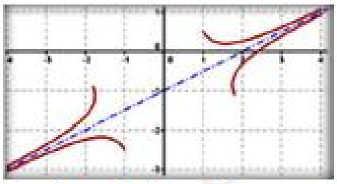
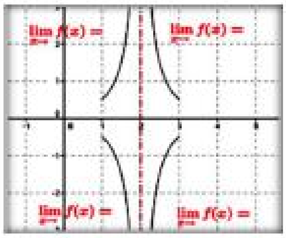
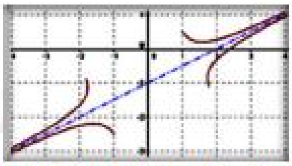
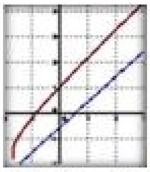
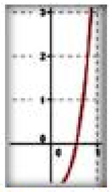
Résumé de cours : Étude d'une fonction

Si : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$	Si : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$	Si : $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$
 La droite (Δ) d'équation $y=b$ est une Asymptôte à (C_f) au voisinage de ∞	La droite (Δ) : $y=ax+b$ est une Asymptôte oblique à (C_f) signifie que : $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-(ax+b))=0$  (C_f) est au dessus de $(\Delta) \Leftrightarrow (f(x)-(ax+b))>0$ (C_f) est en dessous de $(\Delta) \Leftrightarrow (f(x)-(ax+b))<0$	 La droite (Δ) d'équation $x=a$ est une Asymptôte à (C_f) au voisinage de a

Détermination de la nature de la branche infinie dans le cas : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$

Si : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$	Si : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a\neq 0$		Si : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\pm\infty$
	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-ax)=b$	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-ax)=\infty$	
 La courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction (Ox)	 La droite (Δ) d'équation $y=ax+b$ est une Asymptôte à (C_f) au voisinage de ∞.	 La courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction la droite (D), d'équation $y=ax$	 La courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction (Oy)

Axe de symétrie :

La droite d'équation $x=a$, est un axe de symétrie de la courbe C_f, si les deux conditions suivantes sont réalisées :

$$(\forall x\in D_f):\ (2a-x)\in D_f$$
$$(\forall x\in D_f):\ f(2a-x)=f(x)$$

Centre de symétrie :

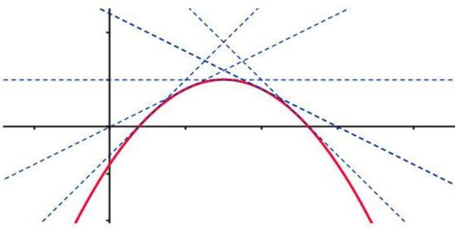
Le point $I(a,b)$, est un centre de symétrie de la courbe (C_f), si les deux conditions suivantes sont réalisées :

$$(\forall x\in D_f):\ (2a-x)\in D_f$$
$$(\forall x\in D_f):\ f(2a-x)=f(x)$$

Concavité :

La courbe d'une fonction est dite concave sur un intervalle si elle se situe au-dessous de toutes ces tangentes sur cet intervalle.

Si $(\forall x\in I): f''(x)\leq 0$ Alors (C_f) est concave sur l'intervalle I.

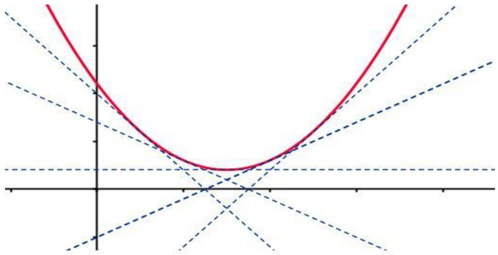


fonction concave

Convexité :

La courbe d'une fonction est dite convexe sur un intervalle si elle se situe au-dessous de toutes ces tangentes sur cet intervalle.

Si $(\forall x\in I): f''(x)\leq 0$ Alors (C_f) est convexe sur l'intervalle I.



fonction convexe

Point d'inflexion :

Le point d'inflexion d'une courbe est le point en lequel change la concavité de cette courbe.

Si f'' s'annule en a sans changer de signe, alors (C_f) admet un point d'inflexion d'abscisse a.