

Les formes indéterminées

quotient	somme	Produit
$\frac{0}{0}$	$\infty + \infty$	$0 \times \infty$

La détermination de la forme $\frac{0}{0}$ La détermination de la forme $\frac{\infty}{\infty}$

f. rationnelle: factorisation (x, a)

Factorisation
Brez
Kon

f. irrationnelle: Conjugué

La détermination de la forme $(+\infty) + (-\infty)$

si $h(x) \neq 0$: factorisation

si $h(x) \neq 0$: conjugué

La continuité

f est continue en a $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

$\frac{0}{0} = 0$
$\frac{0}{0} = \infty$

Continuité d'une fonction sur un intervalle I

- * Les fonctions polynômes continuent sur $\mathbb{R}$
- * Les fonctions rationnelles continuent sur leur D_f
- * La fonction irrationnelle $x \mapsto \sqrt[n]{g(x)}$ continue tel que $g(x) \geq 0$

Soit f et g deux fonctions continues sur un intervalle I:

f + g est une fonction continue sur I

f * g est une fonction continue sur I

$\frac{f}{g}$ est une fonction continue sur I

T.V.I

Si f continue sur un intervalle [a, b] et $f(a) \times f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution sur [a, b]

T.V.I + f strictement monotone $\Rightarrow$ l'eq $f(x) = 0$ admet une solution unique sur [a, b]

$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0 \times \infty}{0 \times \infty}$	$\frac{\infty \times \infty}{\infty \times \infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$
$\frac{0}{0}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{0 \times \infty}{0 \times \infty}$	$\frac{\infty \times \infty}{\infty \times \infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$	$\frac{\infty}{\infty}$

est croissante
est décroissante

Premier degré: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Deuxième degré: on calcule $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta = 0$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$\Delta < 0$

Le signe de: $ax^2 + bx + c$
est le signe de a

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
signe	signe de a	signe de a	signe de a	signe de a

La fonction réciproque

Si f continue sur I et strictement monotone alors f admet une fonction réciproque f⁻¹ défini sur J = f(I)

* f et f⁻¹ ont la même monotonie

	I	f(I)
strictement croissante	[a, b]	[f(a), f(b)]
	[a, +∞[	[f(a), lim _{x→+∞} f(x)]
	$\mathbb{R}$	[lim _{x→-∞} f(x), lim _{x→+∞} f(x)]
	]a, +∞[	]lim _{x→a} f(x), lim _{x→+∞} f(x)[
strictement décroissante	[a, b]	[f(b), f(a)]
	[a, +∞[	]lim _{x→+∞} f(x), f(a)]
	$\mathbb{R}$	]lim _{x→-∞} f(x), lim _{x→+∞} f(x)[
	]a, +∞[	]lim _{x→a} f(x), lim _{x→+∞} f(x)[

* Déterminez f(x) pour tout x de J

$$\begin{cases} f(x) = y \\ x \in J \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(y) = x \\ y \in I \end{cases}$$

Continuité à gauche et à droite

* Si $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

$\Rightarrow$ f est continue à droite en a

* Si $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

$\Rightarrow$ f est continue à gauche en a

Si f continue à droite et à gauche au point a alors f est continue en a