

الصفحة

1
4

**|

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2022

- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSS-ss

NS 26F



2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	מסלול العلوم الاقتصادية وמסלול علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	المحضة أو المسلك

Instructions au candidat(e)	تعليمات للمترشح(ة)
Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.	هام : يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة و العمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.	ت تكون الوثيقة التي بين يديك من أربع صفحات : الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> • Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ; • L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ; • <u>Vous devez justifier les résultats</u> 	<ul style="list-style-type: none"> • يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛ • يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛ • ينبغي عليك تعليم النتائج
<ul style="list-style-type: none"> • Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numérotter les exercices et les questions ; • Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ; • Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ; • Evitez l'écriture au stylo rouge ; • Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen. 	<ul style="list-style-type: none"> • يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (ختاريته)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛ • ينبع عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مفروء؛ • يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمناً لتسهيل عملية التصحيح؛ • يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛ • تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

Exercice n°1:(4.5pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{8}{5}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
- 1 2. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > 2$
- 0.5 3.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5}(2 - u_n)$
- 0.25 3.b. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite décroissante.
- 0.25 4. Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
- 0.25 5. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = u_n - 2$
- 0.25 5.a. Calculer v_0
- 0.5 5.b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$
- 0.5 5.c. Donner v_n en fonction de n
- 0.5 6.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 2$
- 0.25 6.b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2:(11pts)

Partie I

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$h(x) = x^2 - \ln x$$

- 0.5 1. Montrer que $h'(x) = \frac{2x^2 - 1}{x}$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 0.5 2. Etudier le signe de $h'(x)$ sur $]0; +\infty[$
- 1 3. Vérifier que $h\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1 + \ln 2}{2}$ et dresser le tableau de variations de h (Le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)
- 0.5 4. En déduire que : $h(x) > 0$ pour tout x de $]0; +\infty[$

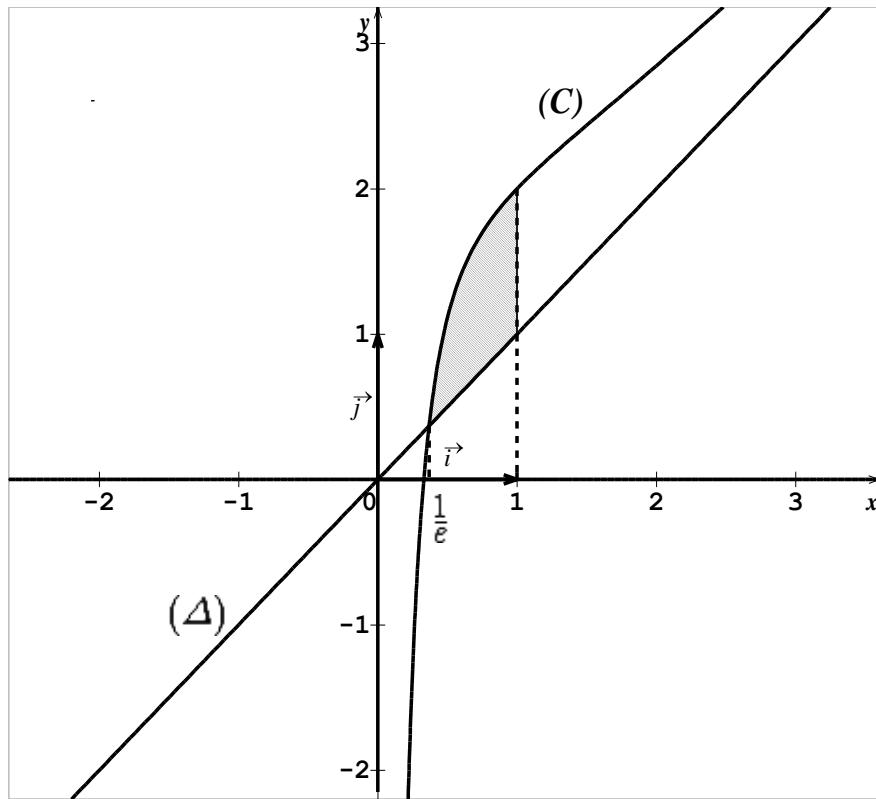
Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x} + x \text{ et soit } (C) \text{ sa courbe représentative dans un repère orthonormé } (O; \vec{i}; \vec{j})$$

- 0.5 1.a. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$
- 0.25 1.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.
- 0.5 2.a. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- 0.5 2.b. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = 0$
- 0.25 2.c. Déduire de ce qui précède une interprétation géométrique du résultat.

- 1 3.a. Montrer que $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 3.b. Déduire de la question 4. de la partie I que f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
4. Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$
- 0.5 4.a. Calculer $f\left(\frac{1}{e}\right)$
- 1 4.b. Etudier le signe de $f(x) - x$
- 0.5 4.c. En déduire la position relative de (C) par rapport à (Δ) sur chacun des intervalles $\left]0; \frac{1}{e}\right]$ et $\left[\frac{1}{e}; +\infty\right[$
5. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation $y = x$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 1.5 5.a. Calculer $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x} dx$ et calculer $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{\ln x}{x} dx$
- 1 5.b. En déduire l'aire de la partie hachurée.



Exercice n°3:(4.5pts) (On donnera les résultats sous forme de fraction)

Un sac contient cinq boules blanches numérotées 1-2-3-3-3 et quatre boules noires numérotées 1-2-3-3
(Toutes les boules sont indiscernables au toucher).

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

On considère les événements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont de même couleur »

B : « L'une exactement des deux boules tirées porte le numéro 3 »

1 1.a. Montrer que $p(A) = \frac{4}{9}$

0.5 1.b. Calculer $p(B)$

1 1.c. Calculer $p(A \cap B)$

0.5 1.d. Les événements A et B sont-ils Indépendants ? Justifier la réponse.

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules blanches tirées et qui portent le numéro 3.

1 2.a. Copier et remplir le tableau ci – contre en justifiant les réponses.

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{15}{36}$		

0.5 2.b. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X