

الصفحة 1 6	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2017 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقوية والامتحانات والتوجيه
★★	NS 26	

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	2
الشعبة أو المسلك	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي (باللغتين العربية والفرنسية)	المعامل	4

تعليمات للمترشح(ة)	Instructions au candidat(e)
هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها	Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

Le document que vous avez entre les mains est de 5 pages : la première est réservée aux recommandations, les pages 2 et 3 sont réservées au sujet en langue arabe et les pages 4 et 5 au sujet en langue française. Choisissez une des deux langues pour répondre aux questions.

الوثيقة التي بين يديك من 5 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات، والصفحتان 2 و 3 للموضوع باللغة العربية، والصفحتان 4 و 5 لنفس الموضوع باللغة الفرنسية. اختر إحدى اللغتين للإجابة على الأسئلة.

• Il vous est suggéré de répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;

• يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛

• Il vous est autorisé d'utiliser la calculatrice scientifique non programmable ;

• يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛

• Vous devez justifier les résultats (Par exemple : lors du calcul des limites , lors du calcul des probabilités , ...);

• ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات،...);

• Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez , mais veuillez numéroter les exercices et les questions tels qu'ils le sont dans le sujet;

• يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛

• Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible;

• ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛

• Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction;

• يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛

• L'écriture au stylo rouge est à éviter;

• يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛

• Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.

• تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.5 1. أ. احسب u_1 و u_2

0.75 1.ب. بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n > \frac{1}{2}$

0.5 1.ج. تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$

0.5 1.د. استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية وأنها متقاربة.

2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

0.25 1.2. أ. بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها.

0.25 2.ب. احسب حدها الأول v_0

0.75 2.ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$ لكل n من $\mathbb{N}$

0.25 2.د. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

0.75 بين أن : $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$

التمرين الثاني: (4 نقط)

يحتوي كيس على تسع كرات غير قابلة للتمييز باللمس تحمل على التوالي الأعداد: 0 ؛ 0 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 1 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2 ؛ 2 .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس .

0.75 1. بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 36

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان.

0.75 2. أ. بين أن $p(X=2) = \frac{12}{36}$

2.ب. أنقل الجدول جانبه على ورقة تحريرك ثم أتمم ملأه
معلا جوابك.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$			$\frac{12}{36}$		

0.5 2.ج. احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X

التمرين الثالث: (8.5 نقطة)

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$

1.5 1. احسب $g'(x)$ واستنتج أن g تزايدية على $]0; +\infty[$

1.25 2.أ. احسب $g(1)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايتين عند 0 و $+\infty$ غير مطلوب)

1 2.ب. استنتج إشارة الدالة g على كل من المجالين: $]0; 1]$ و $]1; +\infty[$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + (x - 2) \ln x$

1. بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ 0.75

2. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.75

3. أ. بين أن لكل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ 0.75

3. ب. احسب $f(1)$ و $f(2)$ و $f\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0; +\infty[$ 1.5

3. ج. باستعمال جدول التغيرات حدد صورة المجال $\left[\frac{1}{e}; 2\right]$ بالدالة f 1

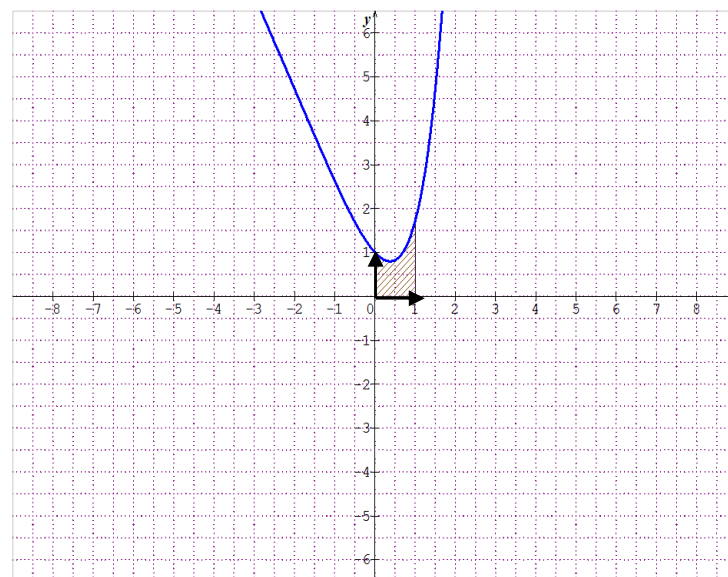
التمرين الرابع: (3 نقط)

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بما يلي : $h(x) = xe^x - 2x + 1$

1. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_0^1 xe^x dx = 1$ 1.5

2. في الشكل أسفله (C_h) هو التمثيل المبياني للدالة h في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ احسب مساحة الحيز المخدش. 1.5



Exercice n°1:(4.5pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par: $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{2}{5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.5 1.a. Calculer u_1 et u_2

0.75 1.b. Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n > \frac{1}{2}$

0.5 1.c. Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} - u_n \right)$

0.5 1.d. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante et qu'elle est convergente.

2. On pose pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - \frac{1}{2}$

0.25 2.a. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique en précisant sa raison.

0.25 2.b. Calculer son premier terme v_0

0.75 2.c. Calculer v_n en fonction de n et en déduire que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{1}{2} \left(11 \left(\frac{1}{5} \right)^n + 1 \right)$

0.25 2.d. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. On pose $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

0.75 Montrer que $S_n = \frac{55}{8} \left(1 - \left(\frac{1}{5} \right)^n \right) + \frac{n}{2}$

Exercice n°2 : (4pts)

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les nombres : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2

On tire simultanément au hasard deux boules du sac.

0.75 1. Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2. Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées.

0.75 2.a. Montrer que $p(X=2) = \frac{12}{36}$

2.b. Copier le tableau ci – contre et le compléter en justifiant la réponse.

x_i	0	1	2	3	4
$p(X = x_i)$			$\frac{12}{36}$		

2

0.5 2.c. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X

Exercice n°3 :(8.5pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par

$$g(x) = 2 - \frac{2}{x} + \ln x$$

- 1.5 1. Calculer $g'(x)$ et en déduire que g est croissante sur $]0; +\infty[$
- 1.25 2.a. Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variations de la fonction g (Le calcul des limites en 0 et en $+\infty$ n'est pas demandé)
- 1 2.b. En déduire le signe de g sur chacun des intervalles $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$

Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + (x - 2) \ln x$$

- 0.75 1. Montrer que : $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$
- 0.75 2. Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- 0.75 3.a. Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1.5 3.b. Calculer $f(1)$, $f(2)$ et $f\left(\frac{1}{e}\right)$ puis dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$
- 1 3.c. En utilisant le tableau de variations déterminer l'image par f de l'intervalle $\left[\frac{1}{e}; 2\right]$

Exercice n°4 :(3pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = xe^x - 2x + 1$$

- 1.5 1. En utilisant une intégration par parties montrer que : $\int_0^1 xe^x dx = 1$
2. Dans la figure ci-dessous (C_h) est la courbe représentative de h dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1.5 Calculer l'aire de la partie hachurée

