Exercice 1 :4,5points

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 1 \quad et \; U_{n+1} = \frac{u_n-4}{u_n-3} \quad \forall n \in IN$

1) Calculer $U_1 \; et \; U_2$.
2) a-Montrer que pour tout $n \; de \; IN$: $U_{n+1} - 2 = \frac{u_n-2}{3-u_n}$

   b-montrer par Récurrence que pour tout $n \; de \; IN$: $U_n < 2$.
3) Montrer que pour tout $n \; de \; IN$: $U_{n+1} - U_n = \frac{(u_n-2)^2}{3-u_n}$

   d- En déduire que $U_n$est une suite croissante et qu'elle est convergente.
4) On suppose que : $V_n = \frac{1}{2-u_n} \quad \forall n \in IN$
   a. Calculer $V_{n+1} - V_n$ et en déduire que V_n une suite arithmétique de raison $r = 1$.
   b. Calculer V_0puis déterminer V_n en fonction de n
   c. Montrer que $U_n = 2 - \frac{1}{V_n}$ *puis* En déduire que $U_n = \frac{2n+1}{n+1}$ *pour tout n de IN*
   d. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 2 :11points

Partie I :

On considère la fonction numérique de la variable x définie sur IR par : $g(x) = e^x - x$

1) *Calculer* $g'(x)$ pour tout $x \; de \; IR$ puis étudier son signe.
2) *Calculer* $g(0)$ et dresser le tableau de variation de g .
3) En déduire que $g(x) > 0 \; \forall \; x \; de \; IR$.

Partiel I :

On considère la fonction numérique de la variable x définie sur IR par : $f(x) = e^{2x} - x^2$

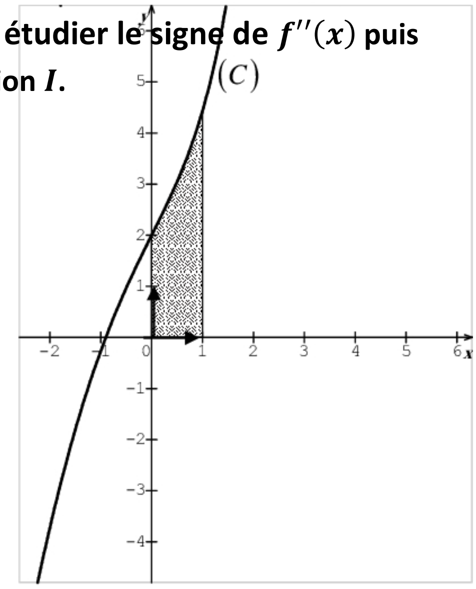
1) *Calculer* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ *puis donner une interprétation géométrique .*
2) a- Vérifier que $f(x) = 2x^2\left(\frac{e^{2x}}{x^2} - \frac{1}{2}\right)$ pour tout $x \; de \; IR$.
3) a-b- *Calculer* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ *puis donner une interprétation géométrique .*

4) Montrer que $f'(x) = 2.g(x)$ pour tout x de IR.

b-En déduire le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variation de f.

5) Vérifier que $f''(x) = 2(e^x - 1)$ pour tout x *de IR* et étudier le signe de $f''(x)$ puis en déduire que C_f admet un point d'inflexion I.

6) Dans la figure (C_f) dans le repère$(O, \vec{i}, \vec{j})$



Calculer l'aire de la partie hachurée

Exercice 3 : 4,5 points

Un sac contient 8 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 2 boules blanches et 3 boules vertes. On tire simultanément au hasard trois boules du sac

1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 56

2) On considère les événements suivants :

A: «parmi les boules tirées, il n'existe aucune boule verte»

B «une boule est verte et les deux autres tirées sont blanches »

C :«une boule est verte et les deux autres tirées sont rouges »

D «les trois boules tirées sont de couleurs différentes deux à deux»

a- Montrer que : $p(A) = \frac{5}{28}$

b- Calculer la probabilité des événements suivants : B ,C et D.

3) Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de boules vertes tirées.

remplir le tableau ci-dessous :

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{15}{28}$		