## Exercice 1 :5points

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 1 \quad et \; U_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{4}$

1) Calculer $\mathrm{U_1}$et $\mathrm{U_2}$.
2) Montrer par récurrence pout tout n de $IN$ : $\mathrm{U_n} > \frac{1}{2}$.
3) a-Montrer que $\mathrm{U_{n+1}} - \mathrm{U_n} = -\frac{1}{2}(\mathrm{U_n} - \frac{1}{2})$

   b-Montrer que $(\mathrm{U_n})_{n\in IN}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.
4) On suppose que : $V_n = \mathrm{U_n} - \frac{1}{2} \qquad \forall n \in IN$
   a. Calculer $V_0$.
   b. Montrer que $\mathrm{V_n}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$
   c. Calculer $\mathrm{V_n}$ en fonction de n
   d. En déduire que $\mathrm{U_n} = \frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) \qquad \forall n \in IN$
   e. Calculer la limite de $u_n$ en $+\infty$.

## Exercice 2 :10,5points

On considère la fonction numérique $\mathrm{f}$ de la variable réelle $\mathrm{x}$ définie sur $IR$ par : $f(x) = (x-1)^2\mathrm{e}^x$

1) a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   b-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

   c-Vérifier que pour tout $x$ $de$ $IR$ : $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 x^2\,\mathrm{e}^x$

   d-Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
2) a-Montrer que $f'(x) = (x^2-1)\mathrm{e}^x$ pour tout $x$ $de$ $IR$ .

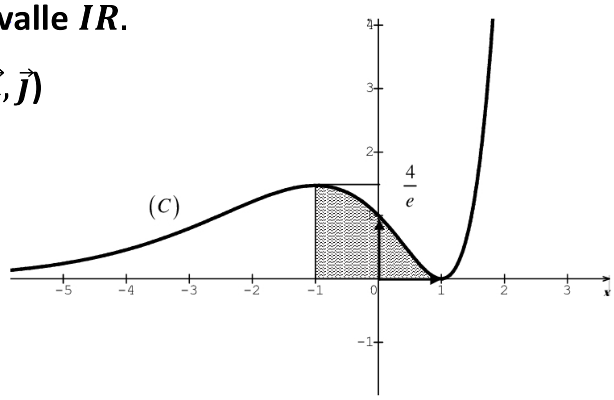
   b-Etudier le signe de $f'(\mathrm{x})$ puis calculer $f(1)$ et $f(-1)$ puis dresser le tableau de variation de $f$.

**3) Montrer que la fonction $F$ qui définie par : $F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x$**

**est la fonction primitive de $f$ sur intervalle $IR$.**

**4) Dans la figure $(C_f)$ dans le repère$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$**

**Calculer l'aire de la partie hachurée**



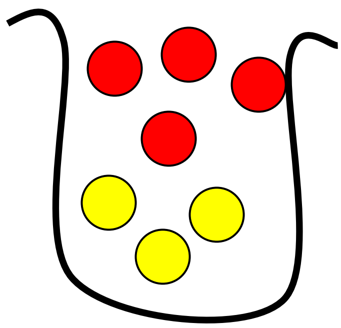

## Exercice 3 :4,5points

U ne Urne contient 9 boules indiscernables au toucher :

3 boules rouges, 2 boules blanches et 4 boules vertes

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules

du sac



1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 72
2) On considère les événements suivants :
   *A*: «tirer une boule blanche en premier»
   *B* « les deux boules tirées sont de la même couleur»
   a) montrer que $p\ (A) = \frac{2}{9}$
   b) calculer la probabilité de *B* et en déduire que $p\ (\overline{B}) = \frac{13}{18}$
   ($\overline{B}$ l'évènement contraire de *B*)
3) Sachant que la première boule tirée est blanche, calculer la probabilité pour tirer deux boules de couleurs différentes
4) soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules au nombre de boules blanches tirées. remplir le tableau ci-dessous :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p(X = x_i)$ | | | |