Exercice 1 : 2points

Soit la fonction numérique de la variable réel x définie sur intervalle $I =]1, +\infty[$

$$h(x) = \frac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)}$$

1) Vérifier que : $h(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{2x-1}{x^2-x+1}$
2) En déduire que : $\int_2^3 h(x)dx$

Exercice 2 : 5points

Soit la suite $(u_n)_{n\in IN}$ définie par : $u_{n+1} = \frac{3u_n+4}{u_n+6}$ et $u_0 = 2$

1) Calculer u_1 et u_2.
2) a- Montrer par récurrence pour tout n de IN que : $u_n > 1$

   b- Montrer que $(u_n)_{n\in IN}$ est une suite décroissante, en déduire qu'elle est convergente.
3) On pose pour tout n de IN : $v_n = \frac{u_n+4}{u_n-1}$

   a- Calculer $v_n - 1$ en fonction de u_n puis en déduire pour tout n de IN que : $v_n > 1$

   b-Montrer pour tout n de IN : $u_n = \frac{v_n+4}{v_n-1}$

   c- Montrer que la suite est une suite géométrique de raison $q = \frac{7}{2}$ puis calculer v_n en fonction de n.

   Sabbar amine

   d- En déduire u_n en fonction de n.

   e- Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

Exercice 3 : (9.5points)

Partie I :

On considère la fonction numérique g définie sur $]-\infty, 0]$ par : $g(x) = \frac{e^x}{e^x+1} - \ln(e^x-1)$

1) Montrer que : $g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(e^x+1)^2}$ $\forall x \in]-\infty, 0]$.
2) a-Calculer $g(0)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

   SABBAR AMINE

   b- Dresser le tableau de variation de g .

3) En déduire que : $g(x) < 0 \quad \forall x \in]-\infty, 1]$.

4) a- Calculer $g''(x)$ et en déduire la concavité de C_g.

SABBAR AMINE

b- Calculer $g'(0)$ puis tracer (C_g). (On prend $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4cm$ et $g(0) \cong -0,2$).

Partie II :

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbf{I}$ par : $f(x) = \dfrac{ln(e^x+1)}{e^x}$

1) *Poser : $t = e^x$ calculer* $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2) a-Calculer $f'(x)$ et en déduire que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x} \quad \forall x \in]-\infty, 1]$

b- Calculer $f(0)$ et dresser le tableau de variation de f puis en déduire que :

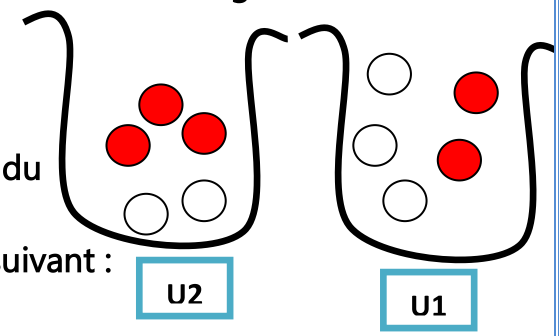
$ln2 \leq f(x) \leq 1 \qquad \forall x \in]-\infty, 1]$

Exercice 4 : (3.5points)

Un sac u_1 contient trois boules blanches, et deux boules rouges.

Un autre sac u_2 contient deux boules blanches et trois boules rouges. Toutes Les boules sont indiscernables au toucher

on tire une boule du sac U_1 puis on tire une boule du sac U_2 . On considère les deux événements suivant :



SABBAR AMINE

A :«Les deux boules tirées sont de la même couleur»

B : «La boule tirée de est rouge»

1) Calculer P(B) et montrer que : $P(A) = \dfrac{12}{25}$

2) Sachant que la boule tirée du sac U_1 est rouge qu'elle est la probabilité que les deux boules tirées soient de la même couleur.