Exercice 1 : (2.5points)

1) Vérifier que : $\frac{(x+1)^2}{x^2+1} = 1 + \frac{2x}{x^2+1}$ et en déduire : $\int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1}dx$

2) a-Par une intégration par parties calculer : $\int_0^1 xe^x dx$

   b-En déduire la valeur de : $\int_0^1 (x - e^{-2x})e^x dx$

Exercice 2 : (4points)

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 2 \;\; et \; U_{n+1} = \frac{5}{6}U_n + \frac{1}{6}$

1) Montrer par récurrence pout tout n de IN : $\mathrm{U_n} > 1$.
2) Montrer que $(\mathrm{U_n})_{n\in IN}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.
3) On suppose que : $V_n = \mathrm{U_n} - 1 \qquad \forall n \in IN$
   a. Calculer V_0.
   b. Montrer que $\mathrm{V_n}$ est une suite géométrique et préciser sa raison
   c. Montrer que $\mathrm{V_n} = (\frac{5}{6})^n \qquad \forall n \in IN$
   d. Calculer $\mathrm{U_n}$ en fonction de n
   e. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 3 : (9.5points)

Partie I :

On considère la fonction numérique g définie sur IR par : $h(x) = x + 1 - e^x$

1) Calculer $h'(x)$ *pour tout x de IR* .
2) Etudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de h sur l'intervalle IR
3) Calculer $h(0)$ puis en déduire le signe de h sur intervalle IR.

Partie II :

On considère la fonction numérique g définie sur IRpar : $f(x) = x^2 + 2x - 2e^x$

1) a- Calculer les deux limites : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

   b- Calculer les deux limites : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

2) Vérifier que $f'(x) = 2h(x)$ pour tout x de IR puis dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle IR.

3) a- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique α dans IR et que α appartient à l'intervalle $]-2,2\,;\,-2[$.

   b- Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion d'abscisses 0.

   c- Calculer $f'(0)$ puis déterminer déterminer l'équation de la droite tangente (T) à (C_f) au point I.

   d- construire C_f et la droite (T).

Exercice 4 : (4points)

On a un Dé de forme cubique non truqué dont les faces portent les numéros 1 , 1 , 1 , 2 , 2 et 3 successivement

On jette le Dé deux fois successives et on marque dans chaque fois le numéro porté par la face de haut. On considère les événements :

A "Avoir deux fois le numéro 3"

B "Avoir deux numéros dont le produit est plus petit ou égal à6".

1) a- Montrer que : $P(A) = \dfrac{1}{36}$

   b- Montrer que B est l'événement contraire de A. En déduire $P(B)$.

2) Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois ou apparait le numéro 3.

   a- Déterminer les valeurs de X et la loi de la variable X.

   b- Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable X.