

Exercice 1 :

Soit la suite U_n définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = 2 - \frac{1}{U_n}$$

- 1) Montrer par récurrence pour tout n de \mathbb{N} : $U_n > 1$.
- 2) a- Montrer de tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} - U_n = -\frac{(U_n-1)^2}{U_n}$ et en déduire que U_n est une suite décroissante
b- En déduire que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite convergente.
- 3) On suppose que : $V_n = \frac{U_n-2}{U_n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - a. Calculer V_0 et en montre que $V_{n+1} - V_n = -1$
 - b. En déduire la nature $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ Et calculer V_n en fonction de n .
 - c. Montrer que : $u_n = \frac{V_n-2}{V_n-1}$ puis en déduire que : $u_n = \frac{n+2}{n+1}$
 - d. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 2 :

Partie I :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = -1 + x + x \ln x$

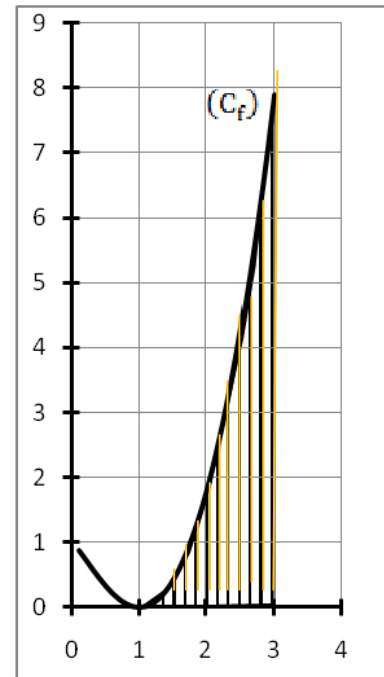
- 1) Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- 2) a- Montrer que $g'(x) = 3 + 2 \ln x$ pour tout x de $]0, +\infty[$.
b- Etudier le signe de $g'(x)$ puis dresser le tableau de variation de g sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
c- Calculer $g(1)$ puis en déduire que pour tout x de $]0, 1]$: $g(x) \leq 0$ et que pour tout x de $[1, +\infty[$: $g(x) \geq 0$.

Partie II :

On considère la fonction numérique g définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 1 - x + x^2 \ln x$

- 1) a- Calculer la limite : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
b- Calculer les deux limites : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

- 2) a- Vérifier que $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$.
 b-Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
 3) Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .



Exercice 2 :

Un bureau d'études est constitué de 21 ingénieurs d'informatiques et de génie civil et sont distribués selon le tableau ci-dessous :

| | homme | femme |
|--------------|-------|-------|
| Informatique | 5 | 3 |
| Génie civil | 8 | 4 |

On a choisit par hasard et simultanément trois personnes de ce bureau pour participer à une formation professionnelle

- 1) a) A «tous les personnes choisis sont des femmes».
 Montrer que $P(A) = \frac{7}{228}$
 b) Sachant que tous les personnes choisis sont des femmes calculer la probabilité qu'elles soient de même spécialité
 2) soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de spécialités des personnes choisis
 a) montrer que $p(X = 1) = \frac{69}{285}$ et déduire la loi de probabilité de X .
 b) calculer $E(X)$ espérance mathématique de la variable de X .