## Exercice 1 :

On considère la fonction $f$ définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{8(x-1)}{x+2}+1$

Et la suite $(u_n)$ définie par : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=f(u_n) \quad \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1. Représentation graphique et faire un conjecture :
   a. Dresser le tableau de variation de $f$ et montrer que $f([2;6])\subset[2;6]$
   b. Calculer $u_1$ et $u_2$
   c. Tracer la courbe représentative $(Cf)$ de la fonction $f$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$
   d. Représenter sur le graphique les premiers termes de la suite $(u_n)$ .Quelles conjectures peut-on faire ?
2. Utilisation de la fonction $f$ pour déterminer la limite de $(u_n)$
   a. Etudier les variations de $(u_n)$
   b. Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$ : $2\leq u_n\leq 6$
   c. En déduire que $(u_n)$ est convergente et déterminer sa limite
3. Utilisation d'une suite intermédiaire pour déterminer la limite de $(u_n)$

   On pose pour tout $n$ de $\mathbb{N}$ : $v_n=\frac{u_n-6}{u_n-1}$

   a. Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique en précisant ses éléments caractéristiques
   b. Calculer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de $n$
   c. En déduire alors la limite de $(u_n)$
4. Utilisation du théorème d'encadrement pour déterminer la limite de $(u_n)$
   a. Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})$ ; $\frac{3}{8}(6-u_n)\leq 6-u_{n+1}\leq\frac{3}{4}(6-u_n)$
   b. Montrer par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}$ ; $4\left(\frac{3}{8}\right)^n\leq 6-u_n\leq 4\left(\frac{3}{4}\right)^n$
   c. En déduire la limite de $(u_n)$

## Exercice 2 :

Une usine fabrique des pièce de rechange ( au plus , $5000$ pièces de rechange )

Le cout marginal est $C_m(k)=\frac{1}{4}k^3-k^2+4$ tel que $k\in[0;5]$

Déterminer le cout total $C_T(k)$ pour fabriquer $k$ *mille* pièce sachant que $C_T(0)=45$

En déduire le cout moyen $C_M(k)$ en fonction de $k$

## Exercice 3 :

On considère la fonction $f$ définie sur $I=]4;+\infty[$ par $f(x)=\frac{3x^3-26x^2+64x-31}{(x-4)^2}$

Trouver trois réels $a,b$ et $c$ tels que $\forall x\in I$ : $f(x)=ax+b+\frac{c}{(x-4)^2}$

Déterminer les primitives $F$ de la fonction $f$ sur $I$

Déterminer la primitive $G$ de la fonction $f$ telle que $G(2)=\frac{1}{2}$