

تمرين (1) : (5 ن)

1. (u_n) متتالية حسابية بحيث: $u_0 = 4$ وأساسها $r = 2$.

أ - اكتب u_n بدلالة n ثم احس u_{20} .

ب - احس المجموع: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$.

2. حل في IR المعادلات التالية:

$$2(\ln x)^2 - 3 \ln x = 0 ; \ln x + (\ln x + 1) = 0 ; 2 \ln x - 4 = 0$$

3. حل في IR المتراجحات التالية:

$$(\ln x - 1)(\ln x - 2) \leq 0 ; \ln x - 1 \leq 0 ; \ln x \geq 2$$

تمرين (2) : (6,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2$.

1. أ - بين بالتراجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $1 \leq u_n < 4$.

ب - بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعية.

2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 4$.

أ - بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدد أعضاها الأول v_0 .

ب - اكتب v_n بدلالة n .

ج - استنتج أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n = 4 - 3 \times (\frac{1}{2})^n$.

د - حدد آخر عدد صحيح طبيعي n بحيث يكون: $4 - u_n < 10^{-6}$.

هـ - بين أن: $v_0 + v_1 + \dots + v_n = 6 \left((\frac{1}{2})^{n+1} - 1 \right)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

تمرين (3) : (8,5 ن)

لنكن f الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x + 1 - \ln x$.

1. أ - احس $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وأول هندسية النتيجة المحصل عليها.

ب - تحقق أن لكل x من $]0, +\infty[$: $f(x) = x \left(1 - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right)$ ثم استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

ج - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ وأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = -\infty$ ثم استنتج الفرع اللانهائي

للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

2. أ - تحقق أن لكل x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x-1}{x}$.

ب - نضع جدول تغيرات f على $]0, +\infty[$.

3. أ - نضع جدول إشارة $1 - \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى

(C_f) والمستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = x$.

ب - أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$.