

Exercice n°1 :

Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de raideur $K=20\text{N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse m ; à l'instant $t=0$, le centre d'inertie G du solide est lancé à partir de la position $x_0=2\text{cm}$ avec la vitesse initiale de $v_0=20\text{cm.s}^{-1}$.

Partie I : Les frottements sont négligeables.

1)

a- Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation x du mouvement du centre d'inertie G .

b- Donner la solution générale de cette équation différentielle et en déduire l'expression de la période propre de l'oscillateur.

c- La durée de 20 oscillations est $\Delta t=12,56\text{s}$. Montrer que la masse du solide vaut $m=200\text{g}$.

2)

a- Calculer la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant du lancement.

b- En déduire l'amplitude X_m des oscillations ainsi que la vitesse de passage par la position d'équilibre.

Partie II : les frottements sont représentés par une force $\vec{f}=-h\vec{v}$, où h désigne le coefficient de frottement du milieu, et v la mesure algébrique de la vitesse du centre d'inertie du solide.

3) La figure 2 donne l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du solide.

a- Quelle est la nature des oscillations du centre d'inertie G ? Justifier.

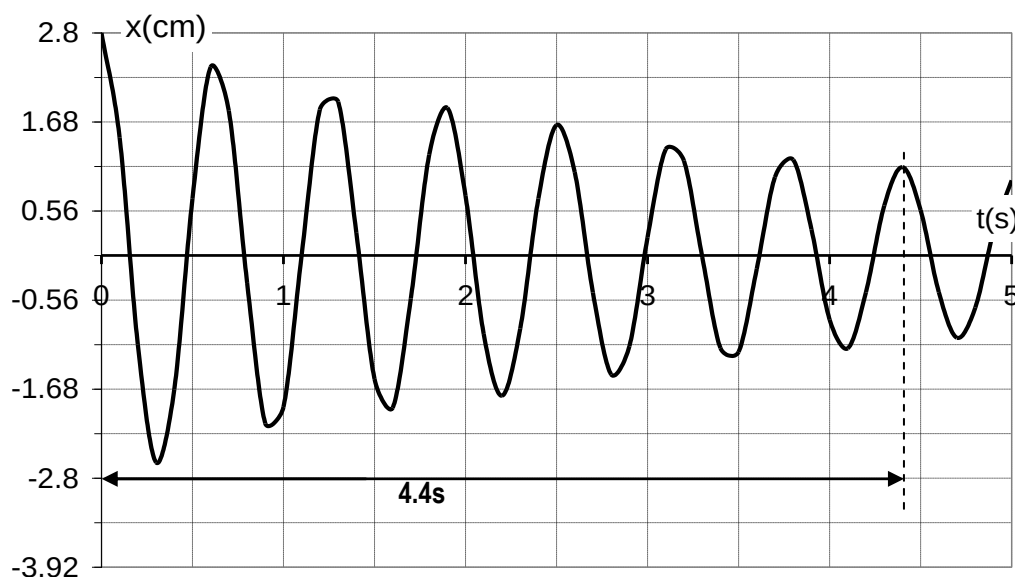
b- Qu'appelle-t-on le régime des oscillations du pendule ?

c- Déterminer la pseudopériode T .

4) L'équation différentielle régissant le mouvement du solide est : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10^4 \cdot x = 0$

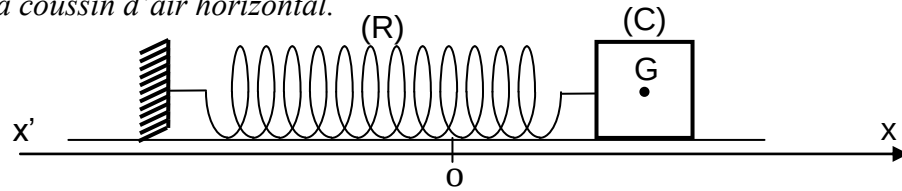
a- Déduire la valeur de la pulsation propre et celle du coefficient de frottement h .

b- Montrer que : $\frac{dE}{dt} = -h v^2$, où E est l'énergie mécanique du système $S = \{\text{solide} + \text{ressort}\}$. Conclure quant à la conservation de l'énergie mécanique par le système S .



Exercice n°2 :

Un pendule élastique est constitué d'un ressort de raideur $K=20\text{N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse m qui peut osciller sur un banc à coussin d'air horizontal.

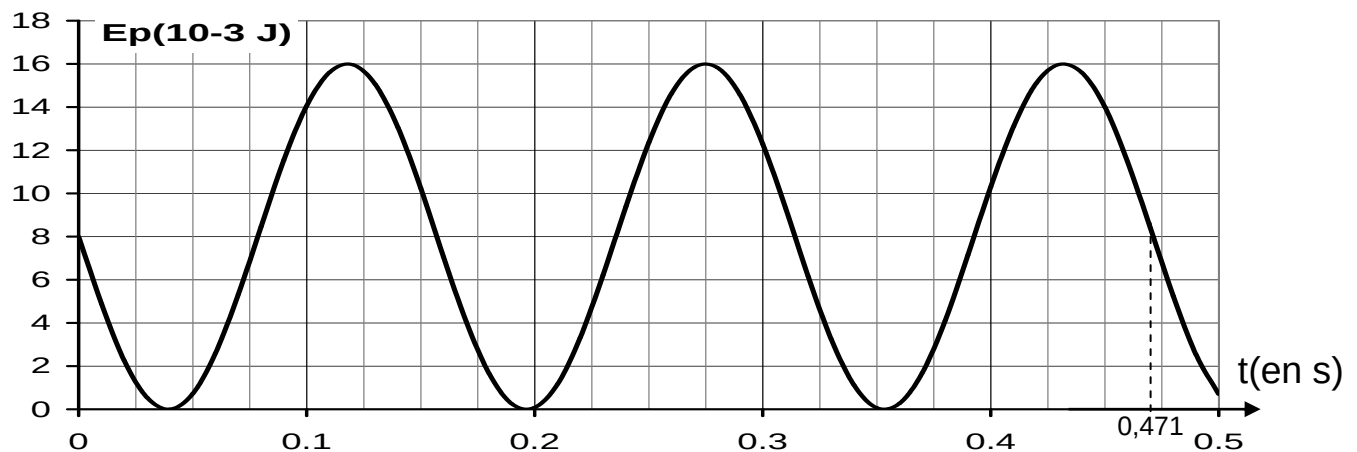


A l'instant $t=0$, le solide est écarté de sa position d'équilibre de $x_0=2\sqrt{2}\text{cm}$ et lâché avec une vitesse initiale v_0 négative.

I- Dans un premier temps, on néglige les frottements du chariot sur le banc.

- 1) Faire l'inventaire des forces exercées sur le chariot et les représenter.
- 2) Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- 3) Vérifier que $x(t)=X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle avec ω_0 une constante que l'on exprimera en fonction des grandeurs physiques du système.
- 4) Etablir une relation entre x , v , X_m et ω_0 .
- 5) En quel point la vitesse du mobile est maximale ?

II- Grace à des capteurs appropriés, on enregistre l'évolution temporelle de l'élongation x du centre d'inertie du chariot. On trace la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique E_p du système { chariot, ressort } en fonction du temps.

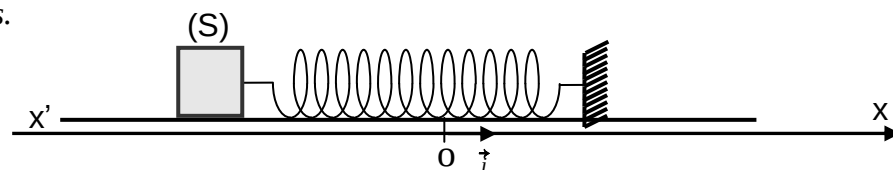


1. Montrer que E_p s'écrit sous la forme : $E_p(t) = \frac{1}{4} K X_m^2 \left[1 + \sin(2\omega_0 t + 2\varphi - \frac{\pi}{2}) \right]$
2. En exploitant le graphe1, déterminer la période propre des oscillations T_0 , l'amplitude X_m et la masse m du chariot.
3. Déterminera la phase initiale φ et l'expression de l'élongation $x(t)$.
4. Déterminera v_0 .
5. Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique est constante.

Exercice n°3 :

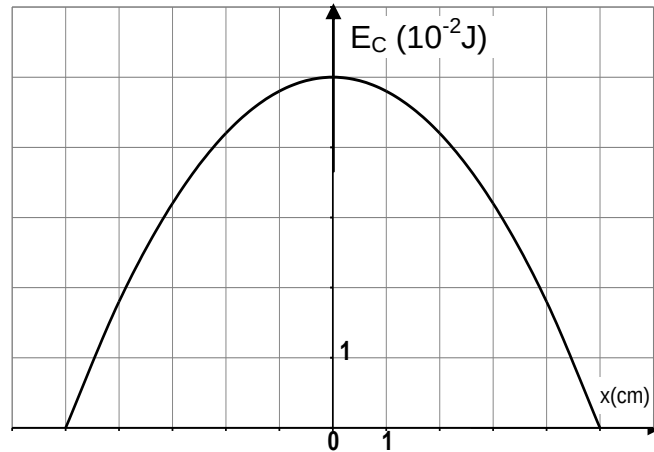
Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K . l'ensemble est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse (voir figure ci-contre).

A partir de sa position d'équilibre, on communique au solide (S) une vitesse initiale V_0 dans le sens positif des élongations.



1. a- Etablir l'équation différentielle relative à x (élongation du centre d'inertie du solide) et donner l'expression de la période propre des oscillations.
b- Montrer que l'énergie mécanique du système { solide, ressort } est constante.

2. La courbe ci-contre donne la variation de l'énergie cinétique du système en fonction de l'élongation x de (S).



- Justifier l'allure de la courbe en établissant l'expression de l'énergie cinétique E_C en fonction de x , K et E_{C0} ; énergie cinétique initiale du solide.
 - Déterminer en utilisant la courbe les valeurs de E_{C0} , X_m et K .
 - En déduire la valeur de la masse m sachant que la période propre est de valeur $T_0 = 0,4s$.
3. Etablir l'équation horaire du mouvement.
4. On immobilise le système, on écarte le solide (S) d'une distance $X_0 = 5 \text{ cm}$ et on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale à $t=0s$. Au cours de son mouvement le solide S est, maintenant, soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ (h constante positive).
- Etablir l'équation différentielle des oscillations en x (élongation de (S)).
 - L'amplitude des oscillations de (S) diminue de $\frac{2}{10}$ de sa valeur au cours de chaque pseudo

période T .

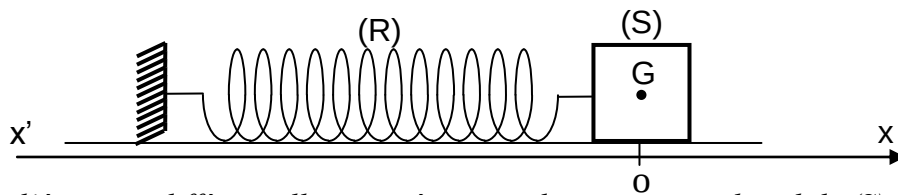
b_1 - Nommer le régime d'oscillation.

b_2 - Déterminer l'élongation du solide à $t_1 = 2T$.

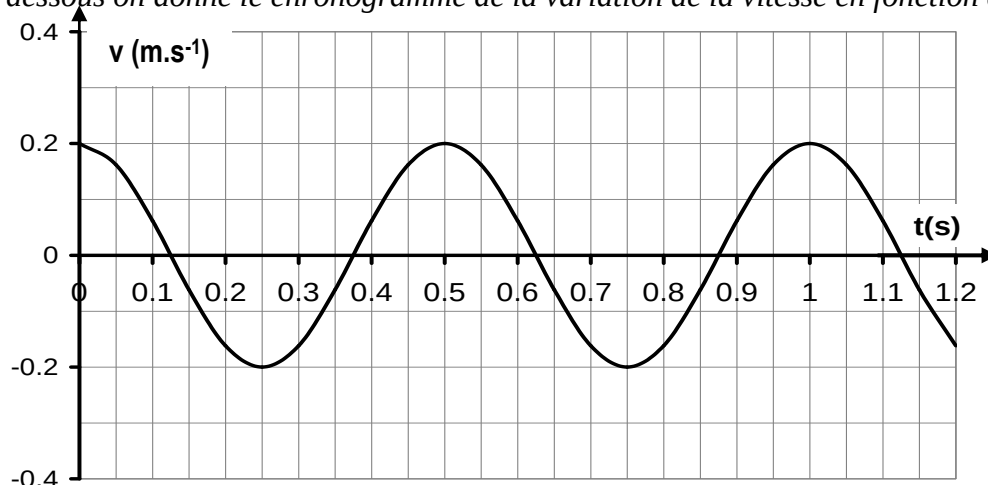
b_3 - Calculer la variation de l'énergie mécanique du système entre les instants de dates $t_0 = 0$ et $t_1 = 2T$.

Exercice n°4 :

On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur K . Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.



- Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).
- Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.
 - Etablir la relation entre (V_m et X_m) et (φ_v et φ_x).
 - Ci-dessous on donne le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps, $v = f(t)$:

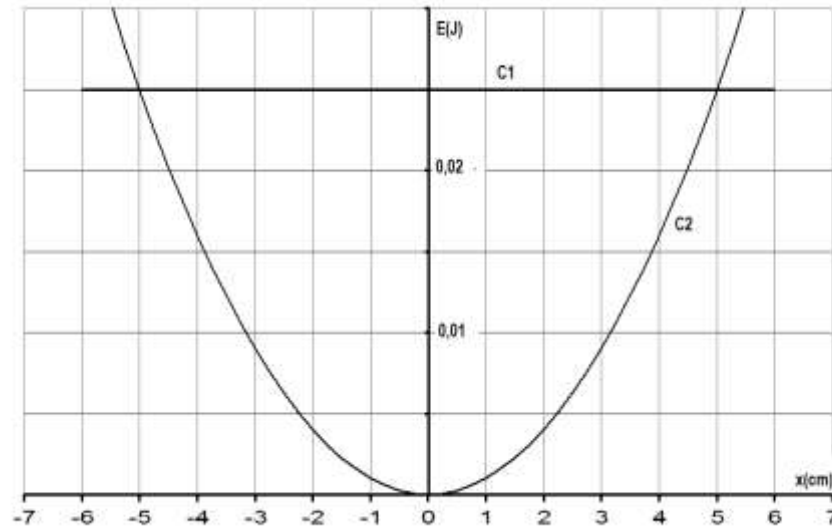


Déterminer : T_0 , V_m , ϕ_v et ω_0 .

c . Dédurre X_m et ϕ_x , puis écrire $x(t)$.

3) Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps.

4) Le graphe suivant représente les courbes $E_p = f(x)$ et $E = g(x)$ ou E_p et E représentent respectivement l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du pendule élastique.



a . Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse.

b . En exploitant le graphe, déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide.

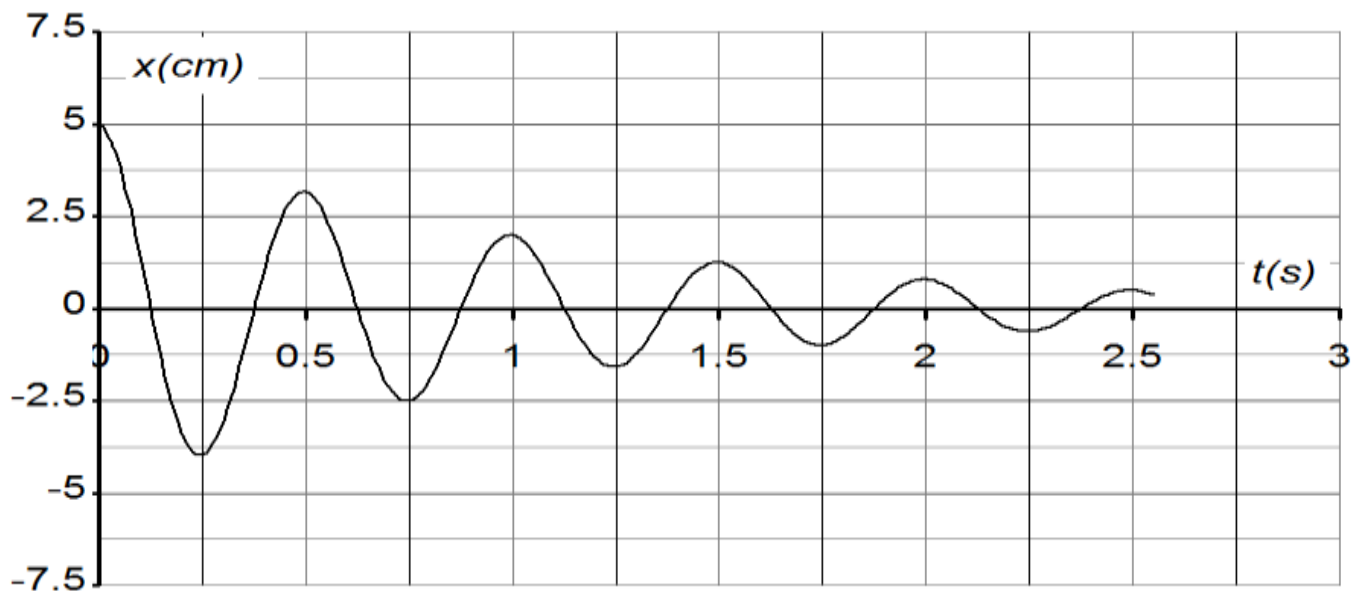
c . Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu'il passe par le point d'abscisse $x = 4 \text{ cm}$.

5) Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h\vec{v}$.

a . L'équation différentielle du mouvement du solide (S) est : $\frac{d^2x}{dt^2} + 4,96 \frac{dx}{dt} + 157,91x = 0$.

Trouver la valeur du coefficient du frottement h .

b . La courbe relative à l'élongation du centre d'inertie en fonction du temps, $x(t)$ est donnée par le graphe suivant :

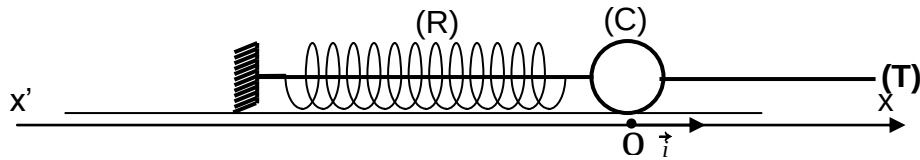


♦ Nommer le régime d'oscillation.

♦ Calculer la variation de l'énergie mécanique du pendule entre $t_1 = 0 \text{ s}$ et $t_2 = 1,5 \text{ s}$.

Exercice n°5 :

On dispose d'un corps (C) de masse $m=0,1$ Kg supposé ponctuel, pouvant coulisser sans frottement sur une tige (T) horizontale. Le corps (C) est au repos tel que son centre d'inertie G coïncide avec la position O, origine du repère $(O, \vec{i})$. Il est solidaire de l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur k , enfilé sur la tige (T), l'autre extrémité du ressort est fixe comme indiqué sur la figure 1.



1) On écarte le corps (C) de sa position d'équilibre O jusqu'au point d'abscisse $x_0=+2\text{cm}$ et on le lance avec une vitesse V_0 de même direction et sens contraire que $\vec{i}$.

a . On suppose que l'énergie potentielle de pesanteur dans le plan horizontal contenant la tige (T) est nulle.

Déterminer l'expression de l'énergie mécanique E du système { corps (C), ressort, Terre }.

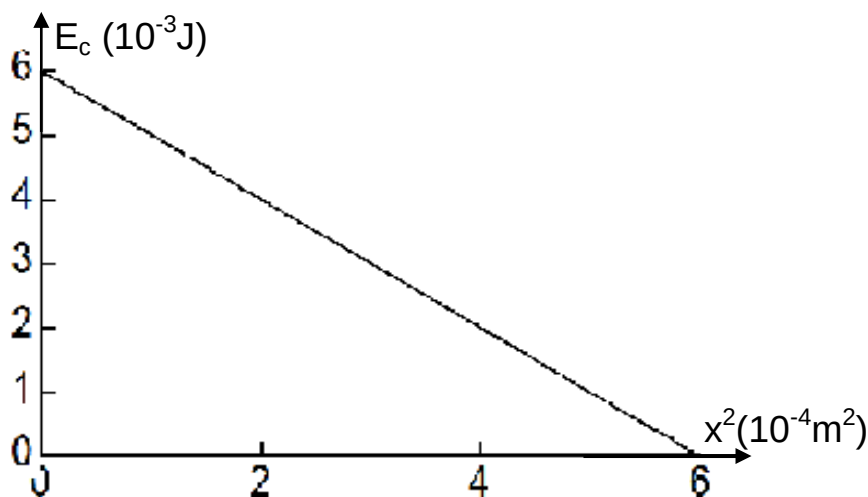
b . Montrer que le système est { corps (C), ressort, Terre } conservatif.

c . Déterminer alors l'expression de l'énergie mécanique E en fonction de m , k , x_0 et V_0 .

d . En exploitant le caractère conservatif du système { corps (C), ressort, Terre }, montrer que le corps (C) oscille entre deux positions extrêmes symétriques par rapport à O dont on déterminera les abscisses x_1 et x_2 en fonction de m , k , x_0 et V_0 .

2) a . Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_C du corps (C) en fonction de m , k , x_0 , V_0 et x .

b . On donne la courbe représentant la variation de l'énergie cinétique E_C en fonction du carré de l'élongation x_2 (figure 2).



Déduire :

- la constante de raideur K du ressort.
- La valeur V_0 de la vitesse du corps (C).
- L'énergie mécanique E .
- Les abscisses des positions extrêmes x_1 et x_2 .
- La valeur de la vitesse du corps (C) au passage par sa position d'équilibre.