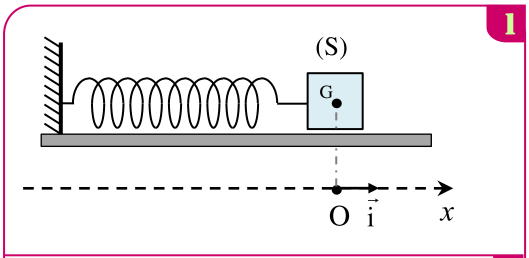
EXERCICE 1 — 20 min

On relie un corps solide (S) , de masse m = 182 g , à un ressort à spires non jointive , de masse négligeable et de raideur K , et on fixe l’autre bout du ressort à un support fixe (figure 1).



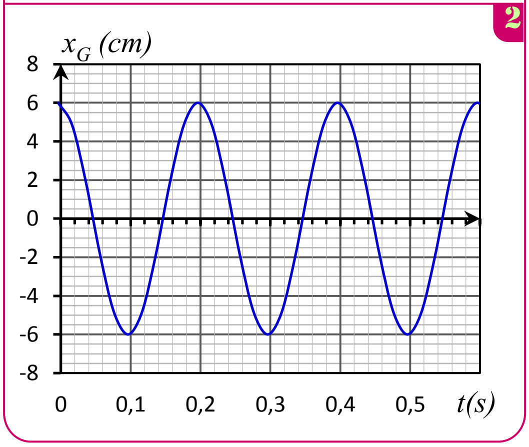
Le corps (S) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal .

On écarte le corps (S) de sa position d’equilibre de la distance X_m ,et on le libère sans vitesse initiale .

Pour étudier le mouvement de G_2, on choisie le référentiel galiléen $(O, \vec{i})$ tel que la position

de G à l’origine des dates est confondue avec l’origine O .

On repère la position de G à l’instant t par l’abscisse x dans le repère $(O, \vec{i})$.



1.Démontrer que l’équation diférentielle du mouvement de G s’écrit : $\ddot{x} + \frac{K}{m} x = 0$.

L’étude expérimentale du mouvement de G a permis d’obtenir le graphe représenté sur la figure 2.

sachant que la solution de cette équation s’écrit sous la forme : $x(t) = X_m.\cos(\frac{2\pi}{T_o} t + \varphi)$.

2.Trouver l’expression de la période prope T_o

2-1- Déterminer en exploitant le graphe les grandeurs suivantes :

l’amplitude X_m , la période T_o et φ la phase à l’origine des dates .

2-2- En déduire la raideur K du ressort .

2-3- On choisi le plan horizontal passant par la position de G à l’équilibre comme origine de l’énergie potentielle de pesanteur et l’état où le ressort n’est pas déformé comme origine de l’énergie potentielle élastique .

2-3-1- Montrer que l’énergie cinétique E_C du corps (S_2) s’écrit : $E_C = \frac{K}{2}.(X_m - x)$.

2-3-2- Trouver l’expression de l’énergie mécanique du système { corps S - ressort } en fonction de X_m et K et en déduire la vitesse v_{G2} lorsque G passe par la position d’équilibre dans le sens positif .

EXERCICE 2 — 20 min

Les ressorts se trouvent dans plusieurs appareils mécaniques , comme les voitures et les bicyclettes ... et produisent des oscillations mécaniques .

Cette partie a pour objectif , l’étude énergétique d’un système oscillant (corps solide - ressort) dans une position horizontale.

Soit un oscillateur mécanique horizontal composé d’un corps solide (S) de masse m et de centre d’inertie G fixé à l’extrémité d’un ressort à spires non jointives et de masse négligeable et de raideur $K = 10\ N.m^{-1}$

L’autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe .

Le corps (S) glisse sans frottement sur le plan horizontal .

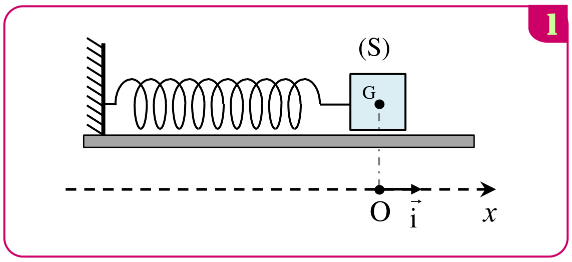
On étudie le mouvement de l’oscillateur dans le repère $(O , \vec{i})$lié à la Terre et dont l’origine est confondue avec la position de G à l’équilibre de (S) .

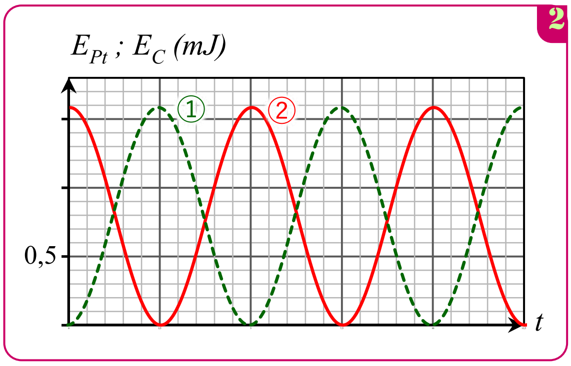
On repère la position de G à l’instant t par son abscisse x . (Figure1

On écarte le corps (S) horizontalement de sa position d’équilibre dans le sens positif d’une distance X_o et on le libère sans vitesse initiale à l’instant pris comme origine des dates .

On choisie le plan horizontal passant par G comme référence de l’énergie potentielle de pesanteur , et l’état dans lequel le ressort n’est pas déformé comme référence de l’énergie potentielle élastique .

A l’aide d’un dispositif informatique adéquat , on obtient les deux courbes représentant les variation de l’énergie E_C cinétique et l’énergie potentielle élastique E_{Pe} du système oscillant en fonction du temps . (Figure 2)





1- Indiquer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente les variations de l'énergie cinétique E_C . justifier votre réponse .

2- Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant .

3- En déduire la valeur de la distance X_o .

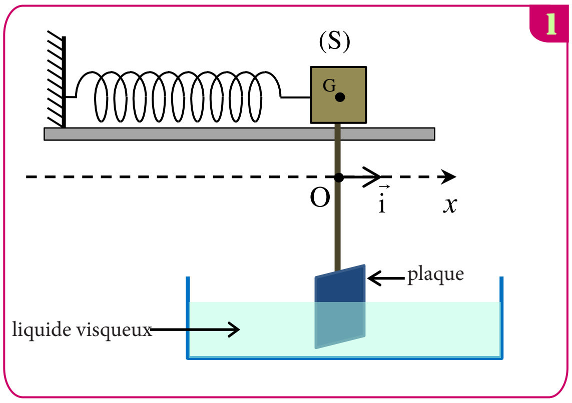
4- En considérant la variation de l'énergie potentielle élastique du système oscillant , trouver le travail $W_{A\to O}(\vec{T})$ de la force de rappel $\vec{T}$ exercée par le ressort sur (S) lors du déplacement de G de la position A d'abscisse $x_A = X_o$ vers la position O .

EXERCICE 3 — 25 min

On étudie dans cette partie le mouvement d'un système oscillant { corps solide - ressort }dans une situation où les frottement fluides ne sont pas négligeables .

On considère un corps solide (S) , de masse m et de centre d'inertie G , fixé à l'extrémité d'un ressort de masse négligeable et à spires non jointives et de raideur $K = 20\ N.m^{-1}$. l'autre extrémité du ressort est fixée en A à un support fixe .

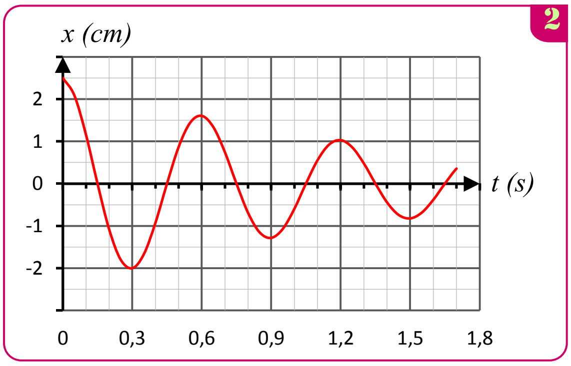
A l'aide d'une tige , on fixe une plaque au corps (S) , et on plonge une partie d'elle dans un liquide visqueux comme indiqué sur la figure 1 .



- On néglige la masse de la tige et de la plaque devant celle du corps (S) .
- On repère la position de G à l'instant par l'abscisse x sur l'axe (OX) .
- L'abscisse de G_o , position de G à l'équilibre , correspond à O , origine de l'axe (Ox) .
- On étudie le mouvement de G dans un référentiel terrestre supposé galiléen .
- On choisie la position G_o comme référence de l'énergie potentielle élastique

Un appareil de saisie informatique a permis de tracer la courbe de variation de l'abscisse du centre d'inertie G en fonction du temps , figure 2

- A l'équilibre le ressort n'est pas déformé .
 et le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur .
- On écarte le corps (S) de la distance d de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale .



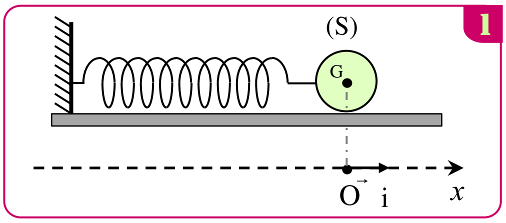
1- Quel régime des oscillations est mis en évidence par la courbe représentée sur la figure 3 ?

2- En calculant la variation de l'énergie potentielle élastique de l'oscillateur entre les instants $t_o = 0$ et $t_1 = 1{,}2$ s , trouver le travail $W(\vec{F})$de la force de rappel exercée par le ressort entre ces deux instants .

3- Déterminer la variation de l'énergie mécanique ΔE_m du système entre les instants t_o et t_1 et donner une explication au résultat obtenu .

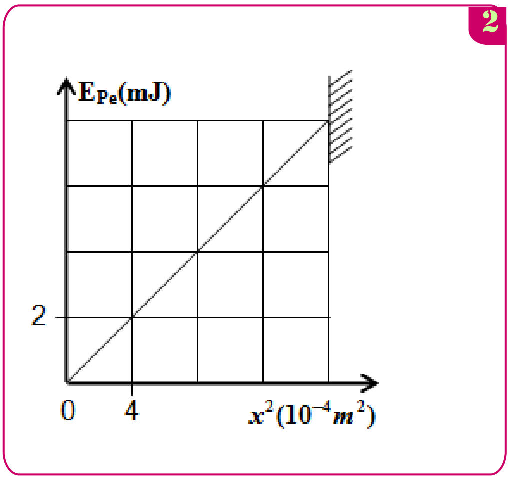
EXERCICE 4 — 20 min

On fixe le solide *(S)* précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K .
À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère $(O,\vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen (figure 1).
On écarte le solide *(S)* de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.



Données:
- Tous les frottements sont négligeables;
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

La courbe de la figure (2) représen te les variations de E_{pe} en fonction de x^2, carré de l'abscisse x du centre d'inertie G dans le repère $(O,\vec{i})$.



❶En exploitant la courbe de la figure (2), trouver les valeurs de:

a. la constante de raideur K .

b. l'énergie potentielle élastique maximale $E_{pe,max}$.

c. l'amplitude X_m des oscillations.

❸Déduire, en justifiant votre réponse, la valeur de l'énergie mécanique E_m du système oscillant.

❹Le centre d'inertie G passe par la position d'équilibre dans le sens positif avec la vitesse $v = 0,25\ m.s^{-1}$.

Montrer que l'expression de la période propre des oscillations s'écrit $T_0 = 2\pi.\frac{X_m}{v}$. Calculer T_0.

EXERCICE 4 — 25 min

Un système oscillant est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse m, et d'un ressort horizontal, à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $K = 20\,N.m^{-1}$.

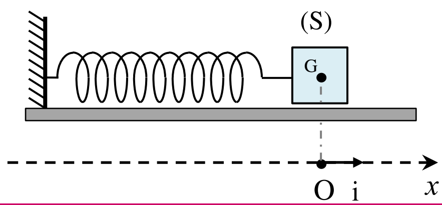
Le solide (S) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m puis on le lâche sans vitesse initiale. Le solide (S) oscille sans frottements sur un plan horizontal. (figure1)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère $(O,\vec{i})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine O de l'axe coïncide avec la position de G lorsque le solide (S) est à l'équilibre.

On repère ,dans le repère $(O,\vec{i})$, la position de G à un instant t par l'abscisse x

1



On choisit le plan horizontal passant par G comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur et l'état où G est à la position d'équilibre (x=0) comme référence de l'énergie potentielle élastique.

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme $x(t) = X_m.\cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$.

La courbe de la figure 2 représente le diagramme des espaces $x(t)$.

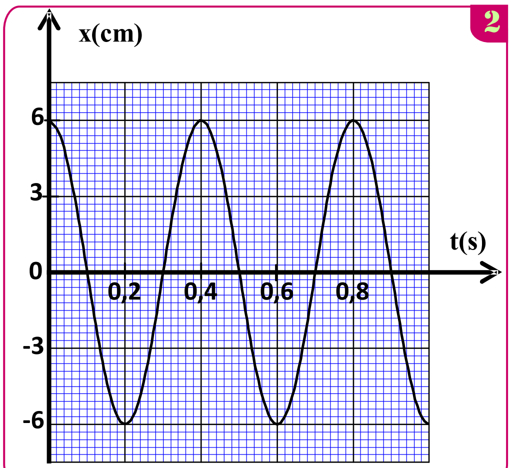
❶Déterminer les valeurs de X_m, T_0 et de φ .

❷Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur étudié.

❸Trouver la valeur de l'énergie cinétique E_{C1} de l'oscillateur mécanique à l'instant $t_1 = 0,3\,s$.

❹Calculer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse $x_A = 0$ à la position B d'abscisse $x_B = \frac{X_m}{2}$.

2



EXERCICE 5 — 35 min

Partie I: Etude énergitique d'un pendule élastique

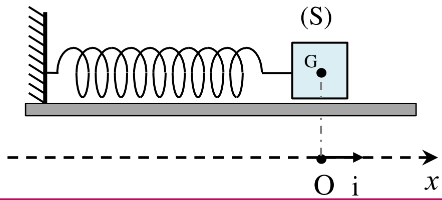
On fixe le solide *(S)* de masse m=100g précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K.

Le solide (S) est accroché à l'une des deux extrémités du ressort, l'autre extrémité est fixée à un support immobile.

On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_m puis on le lâche sans vitesse initiale. Le solide (S) oscille sans frottements sur un plan horizontal. (figure1)

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère $(O,\vec{i})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. L'origine O de l'axe coïncide avec la position de G lorsque le solide (S) est à l'équilibre.

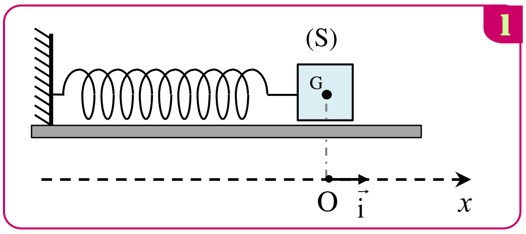
1

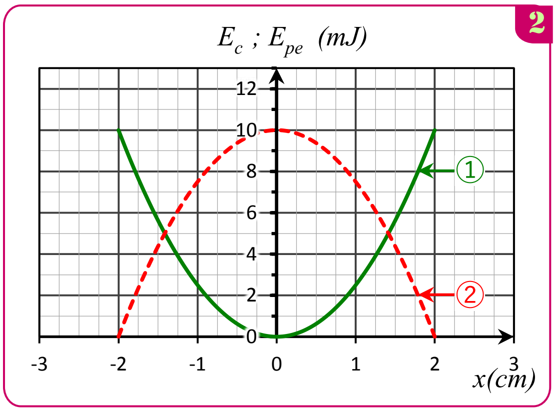


Données:

- Tous les frottements sont négligeables;
- On choisit l'état où le ressort n'est pas déformé comme référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} et le plan horizontal contenant G comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} .

A l'aide d'un dispositif informatique adéquat ,on obtient les deux courbes représnetant les variation de E_c et E_{pe} en fonction de x .voir figure 2





❶.Indiquer parmi les courbes (1) et (2) celle qui représente les variation de l'énergie cinétique E_c

❷Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'oscillateur étudié et deduire la valeur de la vitesse maximale V_{max}

❸Calculer le travail $W_{AB}(\vec{F})$ de la force de rappel lorsque le centre d'inertie G se déplace de la position A d'abscisse $x_A = 0$ à la position B d'abscisse $x_B = \frac{X_m}{2}$.

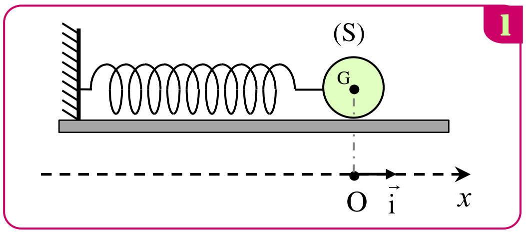
❹Déterminer les valeurs de X_m , E_{pemax} et deduire la valeur de la constante de raideur K

et deduire la valeur de la constante de raideur K

❺ Calculer les abscisses x_1 et x_2 lorsque $E_C=2E_{pe}$

Partie II : Etude du mouvement d'un pendule élastique

On fixe le solide *(S)* précédent à un ressort horizontal à spires non jointives, de masse négligeable et de constante de raideur K.
À l'équilibre, le centre d'inertie G coïncide avec l'origine du repère $(O,\vec{i})$ lié à la terre considéré comme galiléen (figure 1).
On écarte le solide *(S)* de sa position d'équilibre et on le libère sans vitesse initiale à l'instant $t_0 = 0$.



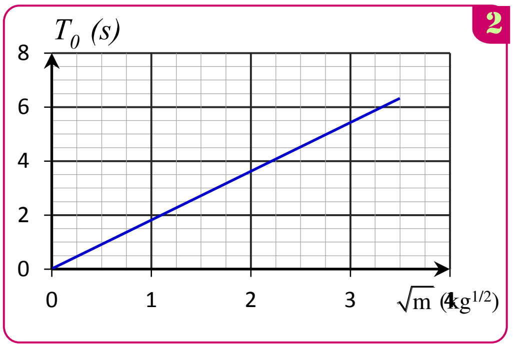
❶En appliquant la deuxième loi de Newton trouver l'equation différentielle vérifiée par

L'équation horaire du mouvement de G s'écrit sous forme $x(t) = X_m.\cos(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi)$.

❷Déterminer l'expresion de la période propre T_0

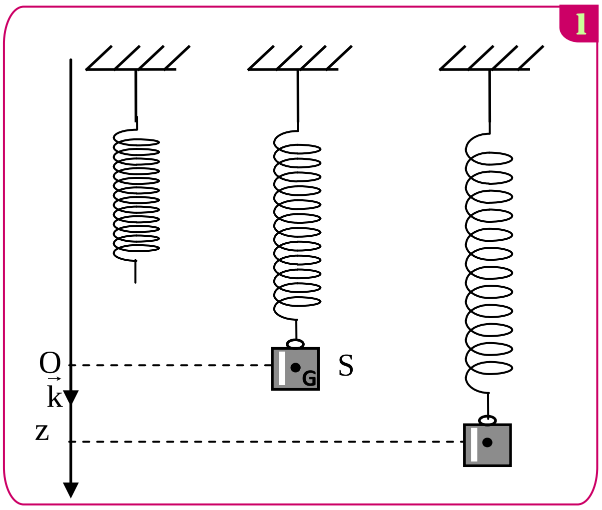
La figure 2 represente la variation de T_0 en fonction de $\sqrt{m}$

❸Déterminer la valeur de la constante de raideur K.



EXERCICE 1 | 35 min

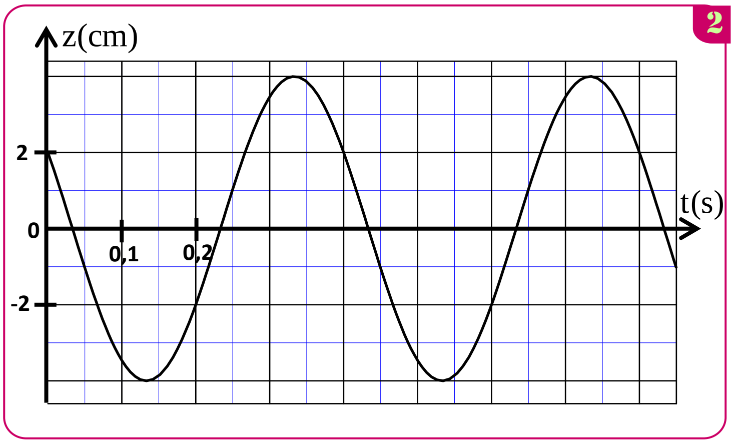
Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse $m=200g$ et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K. L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure1).
On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère $R(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.
On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe $(O,\vec{k})$. A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $R(O,\vec{k})$. On prendra $\pi^2=10$.



1- Frottements négligeables

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date $t=0$, avec une vitesse initiale $\vec{V}_0=V_{0z}\vec{k}$.

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de la côte $z(t)$ du centre d'inertie G.



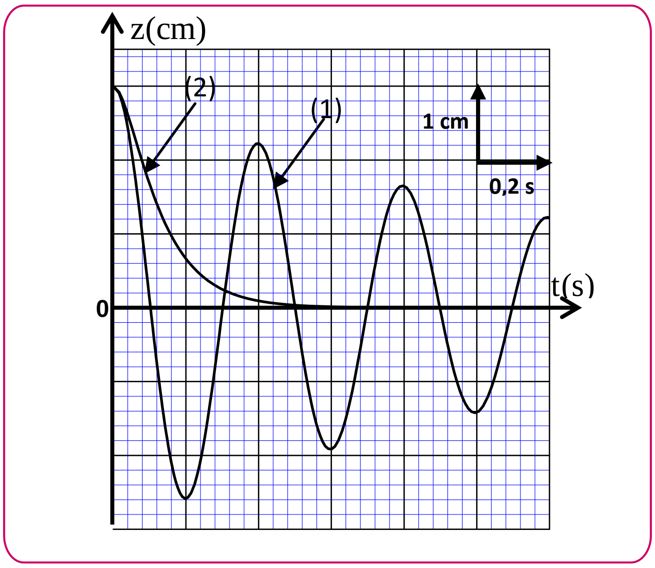
❶ Déterminer, à l'équilibre, l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort en fonction de m, K et de l'intensité de la pesanteur g.

❷ Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte z du centre d'inertie G.

❸ La solution de cette équation différentielle s'écrit $z=z_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ avec T_0 la période propre de l'oscillateur.
Déterminer la valeur de K et celle de V_{0z}.

2-Frottements non négligeables

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance z_0 et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t=0$, le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.
Les courbes (1) et (2) de la figure représentent l'évolutio n de la côte z du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.



❶ Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

❷ On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O, origine du repère $R(O,\vec{k})$, comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} $(E_{pp}=0)$ et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique E_{pe} $(E_{pe}=0)$.

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

a. Trouver, à un instant de date t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p=E_{pp}+E_{pe}$ en fonction de K, z et $\Delta\ell'_0$ l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

b. Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants $t_1=0$ et $t_2=0,4s$.

EXERCICE 2 35 min

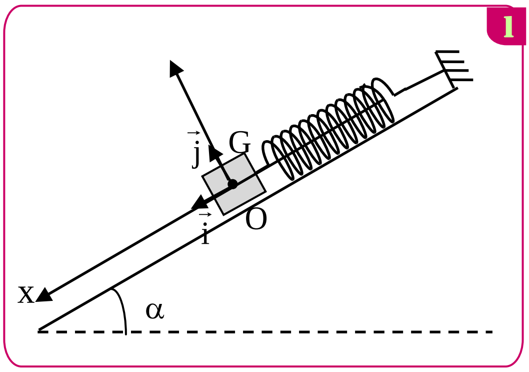
Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de centre d'inertie G et de masse $m = 100g$, attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur K. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur la ligne de plus grande pente d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^0$ par rapport au plan horizontal (fig.1).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe $(O,\vec{i})$.

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère (fig.1).

On prendra $\pi^2=10$.



❶ Déterminer, à l'équilibre, l'expression de l'allongement $\Delta\ell_0$ du ressort en fonction de K, m, α et de g l'intensité de la pesanteur.

❷ On écarte (S) de sa position d'équilibre d'une distance X_0 dans le sens positif et on l'envoie à l'instant de date t=0 avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ telle que $\vec{V}_0 = -V_0\vec{i}$.

a. On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre : $(E_{pp}(O) = 0)$ et comme référence de l'énergie potentielle élastique l'état où le ressort est allongé à l'équilibre : $(E_{pe}(O) = 0)$. Trouver, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

b. A partir de l'étude énergétique, établir l'équation différentielle régie par l'abscisse x.

❸ La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

(T_0 étant la période propre de l'oscillateur)

La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur en fonction du temps.

a. Trouver la valeur de la raideur K, de l'amplitude X_m et de la phase φ.

b. Par étude énergétique, trouver l'expression de V_0 en fonction de K, m et X_m