Pendule de torsion

Exercice 1

Un pendule de torsion est constitué par un fil métallique vertical , fixé à l'une des extrémités un disque horizontal , homogène de masse $M = 5,60 kg$ et de diamètre $d = 24 cm$. L'autre extrémité du fil est étant fixé à un support . Le système (disque+fil) peut tourner autour d'un axe fixe (Δ) matérialisé par le fil métallique .

Lorsque on applique une force d'intensité $4,23 N$ et de direction tangente à la gante du disque , ce dernier tourne d'un angle $\theta = 3,34°$ de sa position d'équilibre stable . Puis on enlève cette force et on lâche le système sans vitesse initiale .

1. Calculer la constante de torsion C du fil métallique
2. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique , Établir l'équation différentielle du mouvement du système .
3. La solution de l'équation différentielle s'écrit de la forme suivante :

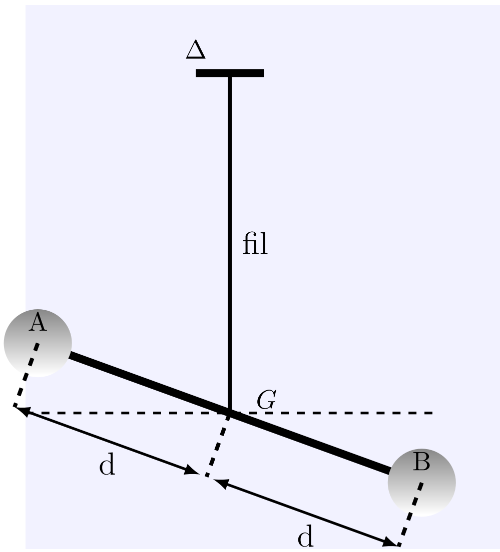
$$\theta(t) = \theta_m cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0\right)$$

   Déterminer l'expression de la période propre T_0 des oscillations et la fréquence f_0 et les calculer.
4. Écrire l'équation horaire du mouvement $\theta(t)$. Quelle est la nature de ce mouvement ?

Exercice 2

Une barre horizontale AB est supportée par un fil vertical dont une des extrémité est fixée au centre de gravité G de AB , et , l'autre extrémité est attachée à un point fixe O . Deux masse ponctuelles de 100 g chacune sont placées sur l'axe AB de la barre , l'une sur GA et l'autre sur GB. On pose $GA = GB = d$

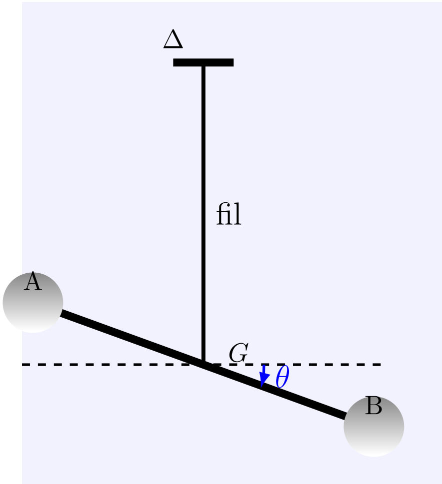
En absence des masse m , la période vaut 4s ; lorsque les masse sont placées de $d = 20 cm$, la période vaut $6,93 s$. Calculer le moment d'inertie de la tige et la constante de la torsion du fil .



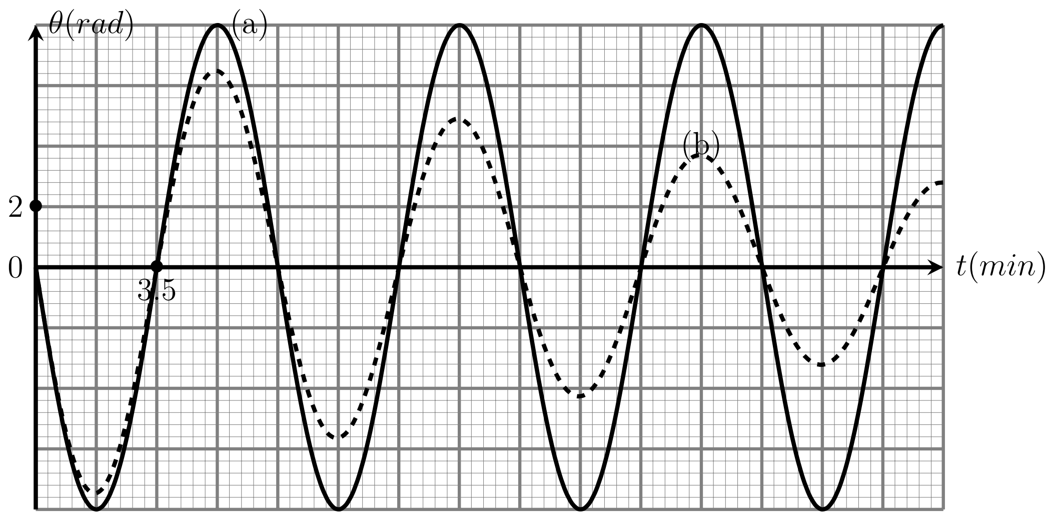
Exercice 3

Une barre horizontale AB est supportée par un fil vertical de constante de torsion C dont une des extrémité est fixée au centre de gravité G de AB , et , l'autre extrémité est attachée à un point fixe O.

Deux masse ponctuelles de même masse sont placées sur l'axe AB de la barre
Le moment d'inertie du système (tige + deux masses) par rapport à un axe Δ matérialisé par le fil vertical est $J_\Delta = 1,46 kg.m^2$
La période propre du pendule de torsion en absence de frottement est $T_0 = 7min$



1. Étude du pendule de torsion
   On néglige tous les frottement et l'angle de torsion sera noté par θ, la vitesse angulaire par $\frac{d\theta}{dt}$ et l'accélération angulaire par $\frac{d^2\theta}{dt^2}$.
   (a) Établir l'équation différentielle vérifiée par l'angle de torsion θ au cours des oscillations du pendule de torsion .
   (b) La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :
   $$\theta(t) = \theta_m cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$
   En utilisant l'équation différentielle et sa solution , trouver l'expression de la période propre T_0 du pendule en fonction de C et J_Δ. En déduire la valeur de la constante de torsion C du fil utilisé dans cette expérience .
2. Exploitation de la représentation $\theta = f(t)$
   On réalise deux expériences pour mesurer la période propre du pendule , l'une , avec frottements , l'autre en absence de frottements . Les deux courbes (a) et (b) de la figure ci-dessous représentent la variation de θ en fonction de t dans chaque cas.



   (a) Indiquer , en justifiant votre réponse , la courbe correspond au régime pseudo-périodique
   (b) Déterminer , en utilisant la figure ci-dessus en absence des frottements , la valeur de la vitesse angulaire du mouvement du pendule de torsion à l'instant $t = 0$