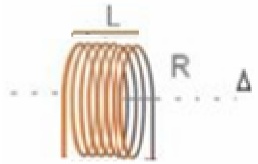
Dipôle RL

I-Role de la bobine dans un circuit électrique:

1) Définition de la bobine:

Une bobine est constituée d'un enroulement sur un cylindre dans le même sens d'un fil conducteur recouvert d'un vernis isolant. , c'est un dipôle inactif (qui joue le rôle d'un récepteur dans un circuit électrique)

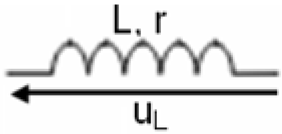


L: longueur de la bobine
R: rayon de la bobine.
Δ : axe de la bobine.

La bobine est caractérisée par sa résistance interne exprimée en ohm (Ω) et par son inductance L exprimée en Henry (H)

Remarque: L'inductance d'une bobine dépend de sa section S ,de sa longueur L et de son nombre N de spires ainsi que du milieu dans laquelle elle se trouve.
La présence d'un noyau de fer ou d'acier plus ou moins enfoncé dans la bobine permet d'augmenter ou de diminuer son inductance L : on a ainsi une bobine d'inductance L réglable.

On représente symboliquement une bobine par le schéma suivant:



En convention récepteur, l'intensité i du courant et la tension u_L aux bornes de la bobine sont représentées par des flèches de sens contraires.

2) Tension aux bornes de la bobine:

La tension aux bornes d'une bobine d'inductance L et de résistance r parcourue par un courant électrique d'intensité i est donnée par la relation suivante:

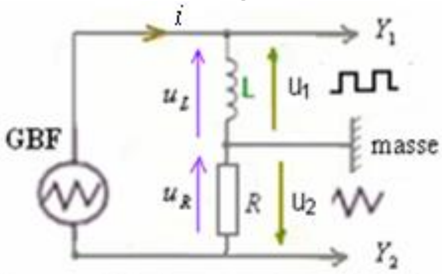
$$u_L = ri + L\frac{di}{dt}$$

Si le courant électrique est continue l'intensité du courant est constante, donc: $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow u_L = r.I$

La bobine se comporte comme un conducteur ohmique dans le courant continue.

3) Détermination expérimentale de l'inductance d'une bobine:

■ **Expérience**: On réalise le montage suivant en utilisant un générateur GBF de signal triangulaire:



Le conducteur ohmique est de résistance : $R = 20k\Omega$.
La résistance de la bobine est négligeable devant R.

En visualisant sur l'écran de l'oscilloscope la tension u_1 sur la voie Y_1 et la tension u_2 sur la voie Y_2 on obtient les oscillogrammes suivants:

La sensibilité horizontale utilisée est : $0{,}5ms/div$, la sensibilité verticale pour Y_1 $0{,}05V/div$ et Y_2: $1.V/div$

■ **Interprétation**:

A partir du circuit on a : $u_1 = u_L = L\frac{di}{dt}$ car la résistance de la bobine r=0. et $u_2 = -u_R = -R.i \Rightarrow i = -\frac{u_2}{R}$ et :

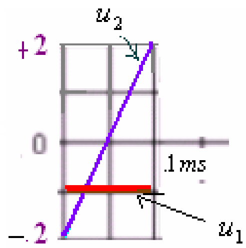
$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_2}{dt}$ en remplaçant dans u_1, elle deviant: : $u_1 = -\frac{L}{R}.\frac{du_2}{dt} \Rightarrow$

$$L = \frac{-u_1 \times R}{\frac{du_2}{dt}}$$

Les deux tensions sont périodiques. Il suffit donc de considérer l'intervalle $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ pour déterminer la valeur de L. On a $T = 0{,}5ms/div \times 4div = 2ms$ donc : $[0{,}1ms]$ correspond à l'intervalle $\left[0,\frac{T}{2}\right]$ et dans cet intervalle,

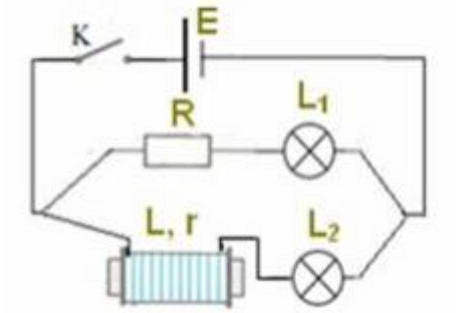
On a : $\frac{du_2}{dt} = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = \frac{u_{2max} - u_{2min}}{\frac{T}{2} - 0} = \frac{(2-(-2))V}{(1-0)ms} = \frac{4V}{10^{-3}s} = 4.10^3 V/s$ et dans ce même intervalle

on a : $u_1 = -1div \times 0{,}05V/div = -0{,}05V$ donc : $L = \frac{-u_1 \times R}{\frac{du_2}{dt}} = \frac{-(-0{,}05)\times 20.10^3}{4.10^3} = 0{,}25H$



4) Influence de la bobine sur le passage du courant dans un circuit:

■ **Expérience**: On réalise le montage expérimental suivant dans lequel les deux lampes sont identiques et la résistance de la bobine et celle du conducteur ohmique ont la même valeur r=R.



■**Observations**:

On constate que :- La lampe L_2 brille après la lampe L_1 avec un retard de quelques secondes à la fermeture et à l'ouverture de l'interrupteur.

- Et en régime permanent les deux lampes brillent de façon identique.

■ **Interprétations**: On sait que la tension aux bornes de la bobine : $u_L = ri + L\frac{di}{dt}$

▸Lorsqu'on ferme l'interrupteur: pendant l'établissement du courant de 0 à I, $L.\frac{di}{dt} > 0$ il retarde l'établissement du courant.

▸Lorsqu'on ouvre l'interrupteur: pendant l'annulation du courant (de I à 0), $L.\frac{di}{dt} < 0$ il retarde la rupture du courant.

▸En régime permanent (i = constante), on a alors: $\frac{di}{dt} = 0$, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r.

■**Conclusion**:

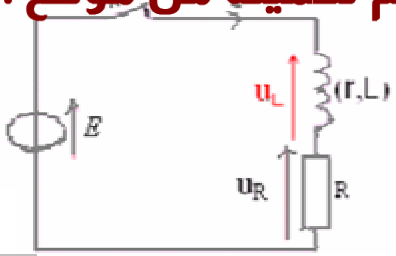
La bobine s'oppose à l'établissement et à l'annulation du courant électrique, cet effet se manifèste lorsque l'intensité du courant varie (c'est à dire pendant l'ouverture et la fermeture de l'intérrupteur).

II-Réponse d'un dipole RL à un échelon de tension:

1) Réponse d'un dipole RL un échelon montant de tension : (création du courant):

a)Montage expérimental:

On monte en série un conducteur ohmique de résistance R et une bobine d'inductance L et de résistance r auquel on applique un échelon montant de tension à l'aide un générateur de tension en fermant l'intérrupteur à t=0.



b) Equation différentielle:

En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_R + u_L = E$ avec: $u_R = R.i$ et : $u_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$ donc :

$R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = E \Rightarrow (R.+r).i + L.\frac{di}{dt} = E$ on pose: $R_T = R + r \Rightarrow R_T.i + L.\frac{di}{dt} = E$ en divisant le tout par R_T :

$\frac{L}{R_T}\cdot\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$ on pose : $\tau = \frac{L}{R_T}$ (constante de temps du dipôle RL). $\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$ C'est l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit pendant la création du courant:

c) Solution de l'équation différentielle: $\boxed{\tau.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}}$

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $i(t) = Ae^{-\alpha.t} + B$ avec $A \neq 0$ sa derivée : $\frac{di(t)}{dt} = -A.\alpha e^{-\alpha.t}$

Les constantes : A, B et α se déterminent en remplaçant et utilisant les conditions initiales.

En remplaçant la solution i(t) et sa dérivée, l'équation différentielle s'écrit : $-\tau.\alpha.A e^{-\alpha t} + A e^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_T} \Rightarrow$

$Ae^{-\alpha t}(1-\tau.\alpha) + B = \frac{E}{R_T}$ d'où: $\begin{cases} B = \frac{E}{R_T} \\ 1-\tau.\alpha = 0 \end{cases}$ donc: $\begin{cases} B = \frac{E}{R_T} \\ \alpha = \frac{1}{\tau} \end{cases}$ la solution (1) devient : $i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_T}$ (2)

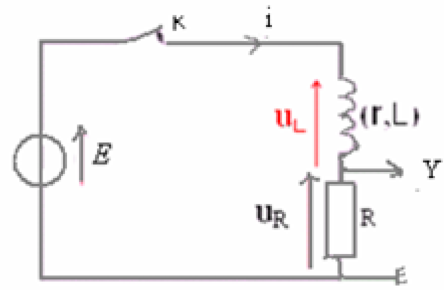
Ensuite pour déterminer A on utilise les conditions initiales qui sont : à t=0 , i=0 qu'on remplace dans solution (2)

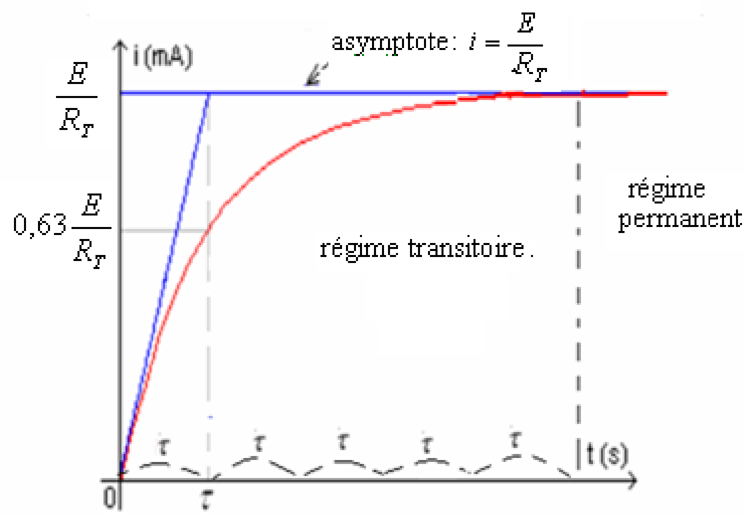
qui devient $0 = Ae^0 + \frac{E}{R_T} \Rightarrow 0 = A + \frac{E}{R_T}$ d'où : $A = -\frac{E}{R_T}$

Donc la solution de l'équation différentielle est : $i(t) = \frac{E}{R_T}.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ **avec:** $\tau = \frac{L}{R_T}$

Pour étudier l'intensité du courant, l'oscilloscope doit être branché aux bornes du conducteur ohmique . On visualise ainsi la tension $u_R = R.i \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$

la courbe qui représente la variation de i en fonction du temps.





On constate l'existence de deux régimes:

-Un régime transitoire durant lequel l'intensité du courant électrique croit de 0 à I.

- Un régime permanent au cours duquel l'intensité du courant électrique devient constante : $i = \frac{E}{R_T}$

Remarque :**Au bout de le courant électrique s'établit dans la bobine.** 5τ

d) Unité de la constante de temps:

$$\tau = \frac{L}{R_T} \quad \Rightarrow \quad [\tau] = \frac{[L]}{[R]}$$

On a: $u_R = Ri \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$ donc: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

et on a: $u_L = L.\frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$ donc: $[L] = \frac{[U]}{[I]\times[t]^{-1}}$

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U]}{[I]\times[t]^{-1}}}{\frac{[U]}{[I]}} = \frac{\cancel{[U]}}{\cancel{[I]}\times[t]^{-1}} \times \frac{\cancel{[I]}}{\cancel{[U]}} = [t]$$

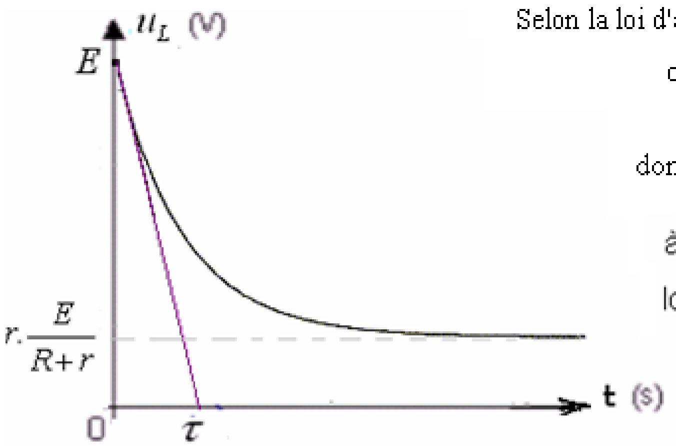
e)Détermination graphique de la valeur de: τ

1ère méthode: En remplaçant dans l'expression de l'intensité $t = \tau$ **on obtient :** $i(t) = \frac{E}{R_T}.(1 - e^{-1}) = 0{,}63\frac{E}{R_T}$

Puis par lecture graphique, le temps correspondent à cette valeur est $t = \tau$. (voir courbe)

2ème méthode: La tangente à la courbe à t=0 se coupe avec l'asymptote $u_c = E/R_T$ à l'instant $t = \tau$ (voir courbe)

e)Expression de la tension aux bornes de la bobine:



Selon la loi d'additivité des tensions dans le circuit précédent

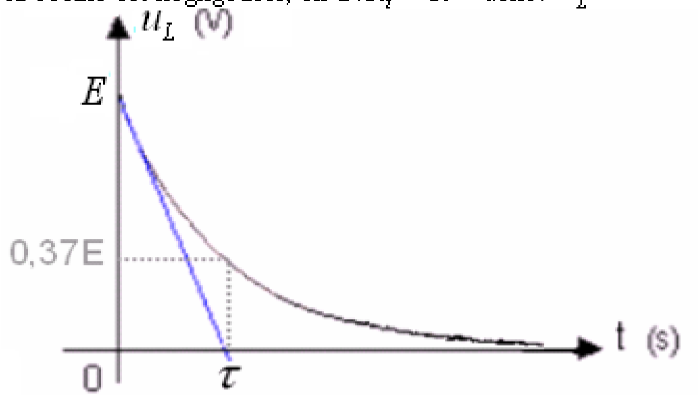
on a: $u_R + u_L = E$

donc : $u_L = E - u_R = E - Ri = E - R\frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

à t=0 $u_L = E$

lorsque t tend vers $+\infty$ $u_L = E - R\frac{E}{R+r} = r.\frac{E}{R+r} = r.I$

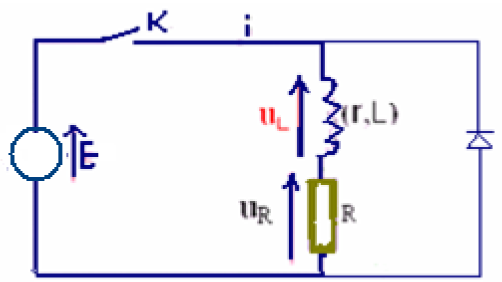
Remarque: Si la résistance de la bobine est négligeable, on a : $R_t = R$ donc: $u_L = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$



2) Réponse d'un dipole RL un échelon descendant de tension : (annulation du courant):

a)Equation différentielle:

On ajoute au circuit précédent une diode normale montée en sens inverse entre les bornes de la bobine pour éviter le phénomène de surtension.



En appliquant la loi d'additivité des tensions on a $u_L + u_R = 0 \Rightarrow (L\frac{di}{dt} + ri) + Ri = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (r + R)i = 0$

On pose $\tau = \frac{L}{R_T}$ (constante de temps du dipôle RL) **obtient** $\tau.\frac{di}{dt} + i = 0$ **C'est l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit:**

b) Solution de l'équation différentielle $\tau.\frac{di}{dt}+i=0$

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $i(t)=Ae^{-\alpha.t}+B$ avec: $A\neq 0$ sa dérivée : $\frac{di(t)}{dt}=-A.\alpha e^{-\alpha.t}$

Les constantes : A ,B et α se déterminent en remplaçant et utilisant les conditions initiales.

En remplaçant la solution i(t) et sa dérivée, l'équation différentielle s'écrit : $-\tau\alpha Ae^{-\alpha t}+Ae^{-\alpha t}+B=0 \Rightarrow$

$Ae^{-\alpha.t}(1-\tau.\alpha)+B=0$ d'où: $\begin{cases} B=0 \\ 1-\tau.\alpha=0 \end{cases}$ donc: $\begin{cases} B=0 \\ \alpha=\frac{1}{\tau} \end{cases}$ la solution(1) devient : $i(t)=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ (2)

pour déterminer A on utilise les conditions initiales qui sont : à t=0 , i=E/R_T qu'on remplace dans solution (2) qui devient :

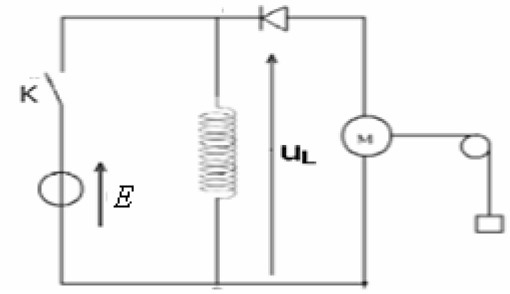
$$\frac{E}{R_T}=Ae^0 \Rightarrow A=\frac{E}{R_T}$$

Donc la solution de l'équation différentielle : $i(t)=\frac{E}{R_T}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec: $\tau=\frac{L}{R_T}$

III-Energie magnétique de la bobine::

1)Mise en évidence expérimentale:

On réalisé le montage experimental suivant:



On ferme l'interrupteur k à l'instant t=0 ,un courant électrique traverse la bobine car la diode est bloquante , elle empêche le courant de passer dans le moteur puis on ouvre l'interrupteur , on constate que le moteur fonctionne et le corps suspendu au fil monte d'une hauteur h.

La bobine a emmagasinée une énergie qui a été libérée lorsqu'on a ouvert le circuit. Le corps a reçu cette énergie électrique qui a été transformée en énergie potentielle pour le faire monté d'une hauteur h .

2)Expression de l'énergie magnétique d'une bobine:

L'énergie magnétique emmagasinée dans une bobine d'inductance L parcourue par un courant électrique d'intensité i est donnée par la relation suivante:

$$E_m=\frac{1}{2}.L.i^2$$

E_m: énergie magnétique en (J).
L: inductance de la bobine en (H)
I: intensité du courant électrique en (A).

Démonstration : Considérons une inductance pure: $u_L.=L.\frac{di}{dt}$

On a : $P=\frac{dE}{dt}$ avec : $P=u_L.i$ donc: $P=L.\frac{di}{dt}\times i \Rightarrow \frac{dE}{dt}=L.i.\frac{di}{dt}=\frac{d(\frac{1}{2}.Li^2)}{dt} \Rightarrow E=\frac{1}{2}.L.i^2$

----

pr.SBIRO Abdelkrim

lundi 17 décembre 2018