Niveaux: SM PC SVT	Matière: Physique
PROF :Zakaryae Chriki	Résumé N:7

Dipôle RL

Dipôle RL : association série d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r.

I. Bobine :

Description.

Une bobine est un dipôle passif, elle est formée d'un enroulement cylindrique, à spires jointives, d'un fil électrique recouvert par un isolant.

❖ Symbole de la bobine :

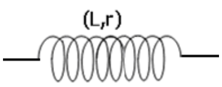
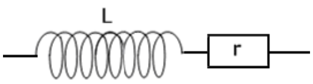
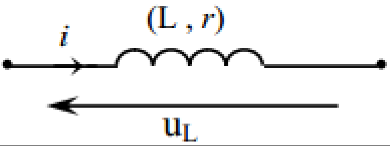


Schéma équivalent



Avec r = résistance interne (Ω)
L= inductance de la bobine (H – Henry)

❖ Tension aux bornes de la bobine :



$$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$$

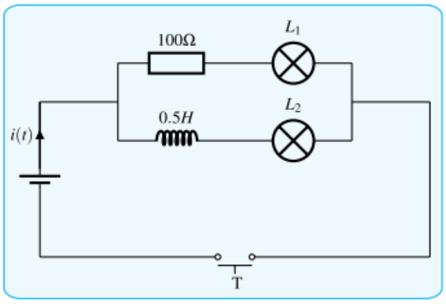
Avec
r = résistance interne (Ω)
L= inductance de la bobine (H – Henry)
i= intensité du courant (A)
UL=tension aux bornes de la bobine (V)

❖ Cas particuliers

Courant continu	Résistance interne négligeable r= 0
$I=C^{te}$ et $\frac{di}{dt} = 0$ donc $U_L=r.i$ En courant continu la bobine se comporte comme un conducteur ohmique	$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt} = L.\frac{di}{dt}$

❖ Influence de la bobine dans un circuit est :

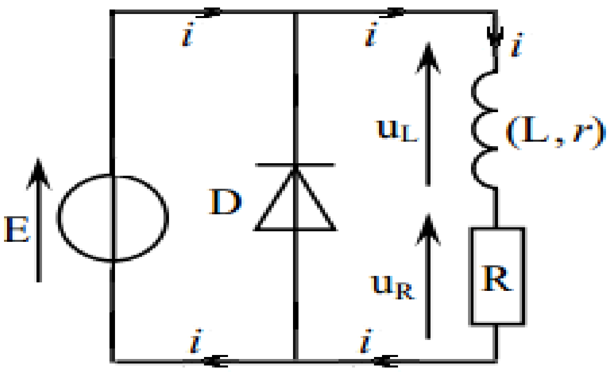
Une bobine permet de retarder l'établissement ou la rupture (annulation) du courant et ceci est dû au produit $L.\frac{di}{dt}$



II. Etablissement de courant :

Montage:

Soit le montage électrique suivant :



Rôle de la diode en parallèle avec une bobine

- Ne laisse passer le courant que dans un seul sens
- Permet d'éviter l'apparition des étincelles dues aux surtensions aux bornes de la bobine
- Protège ainsi les composants du circuit qui sont autour de la bobine

1.Equation différentielle :

En appliquant la loi d'additivité des tensions $U_R + U_L = E$ et les transitions

$$U_R = R.i \quad \text{et} \quad i = \frac{U_R}{R} \quad \text{et} \quad U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle vérifié par une variable donnée

Variable i : $R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} = E$ donc $(R + r).i + L.\frac{di}{dt} = E$ ou $i + \frac{L}{(R+r)}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{(R+r)}$

On pose $\tau = \frac{L}{Rt}$ et on obtient l'équation différentielle suivante : : $\boxed{\tau\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{Rt}}$

NB :

Variable U_R : $U_R + r.\frac{U_R}{R} + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} = E$ donc $U_R(1 + \frac{r}{R}) + \frac{L}{R}.\frac{dU_R}{dt} = E$ Ou $U_R + \frac{L}{(R+r)}.\frac{dU_R}{dt} = \frac{R.E}{(R+r)}$

2.Equation horaire :

La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

tel que A, B et α des constantes que on peut les déterminer

* détermination de B et α

En reportant la solution dans l'équation différentielle : $-\tau.\alpha Ae^{-\alpha t} + Ae^{-\alpha t} + B = \frac{E}{Rt}$ donc : $Ae^{-\alpha t}(-\tau\alpha + 1) + B = \frac{E}{Rt}$

Pour que $i(t)$ soit une solution de l'équation différentielle , il suffit que : $B = \frac{E}{Rt}$ et $-\alpha\tau + 1 = 0$ c'est à dire que $\alpha = \frac{1}{\tau}$

$$i(t) = Ae^{-t/\tau} + \frac{E}{Rt}$$

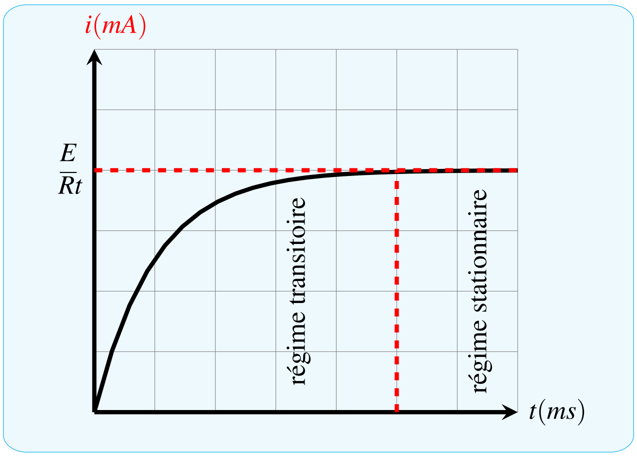
* Détermination de la constante A

D'après les conditions initiales à la date $t = 0$ l'intensité du courant dans la bobine est nulle :

$i(0^+) = i_0 = 0$ En le reporte dans la solution précédente :

$i(0) = A + \frac{E}{Rt} = 0$ $\quad A = -\frac{E}{Rt}$ Donc la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $\boxed{i(t) = \frac{E}{Rt}(1 - e^{-t/\tau})}$

3.La representation de $i = f(t)$:



Mathématiquement la courbe qui représente $u_C = f(t)$ est la suivante tel que à $t = 0$ on a $i(0) = 0$ et quand $t \longmapsto \infty$ on a $i = \frac{E}{Rt}$, pratiquement on considère $t > 5\tau$ on a $i(\infty) = \frac{E}{Rt}$

La courbe présente deux régime :

Un régime transitoire : la tension $i(t)$ varie au cours du temps .

Un régime stationnaire ou régime permanent où $i(t)$ reste constante et égaleà $\frac{E}{Rt}$

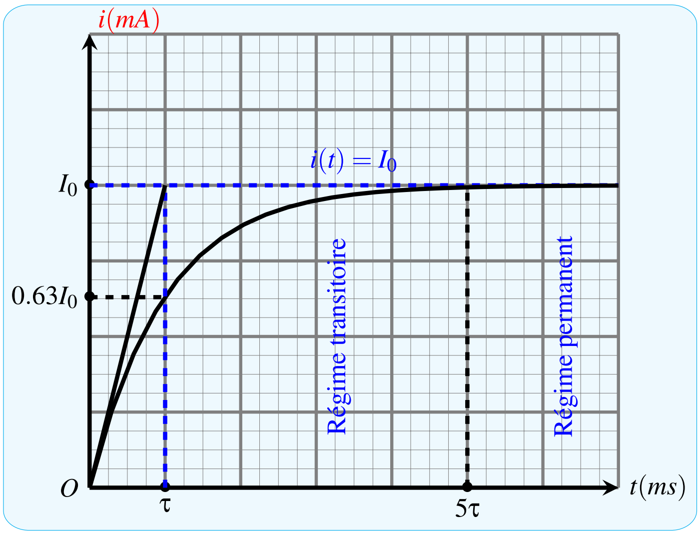
4.Dètermanition de la constante du temps τ:

On a deux méthodes :

☞ méthode de calcul :

On calcule $i(t = \tau)$, τ est l'abscisse sur le graphe $i(t)$ qui .

☞ méthode graphique : on utilise la tangente à la courbe $i(t)$ à la date $t = 0$ et on détermine graphiquement le point d'intersection de cette tangente avec lasymptote horizontal $i = I_0 = E/R$



5.Unité de la constante du temps τ:

Équation de la constante du temps τ

On a : $\tau = \frac{L}{R}$ d'après l'analyse dimensionnelle :

$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]} \Rightarrow [L] = \frac{[U]}{[I]}.[t]$ Donc : $[\tau] = [t]$

a une dimension temporelle , son unité dans le système international est le seconde . τ est un indicateur de la durée du régime transitoire lors de l'établissement du courant (ou la rupture du courant)

6.L'expression de la tensuion aux bornes de:la bobine

D'après la loi d'additivité des tensions on a : $E = u_L + Ri(t)$

c'est à dire :

$$u_L(t) = E - Ri(t) \Rightarrow u_L(t) = E\left(1 - \frac{r'}{R}(1 - e^{-t/\tau})\right)$$

on néglige la résistance de la bobine r devant la résistance r', on obtient $R = r$ et on a

$$u_L(t) = E\left(1 - (1 - e^{-t/\tau})\right) \quad \text{donc : } \quad u_L(t) = Ee^{-t/\tau}$$

Expérimentalement lorsqu'on visualise la tension u_B aux bornes de la bobine , on obtient la courbe suivante (On néglige pas la résistance de la bobine)

III.Rupture (Annulation) de courant

D'après l'additivité des tensions , on a

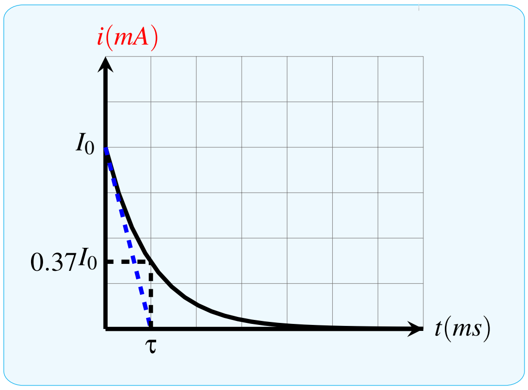
$$U_R + U_L = 0 \quad \Rightarrow \quad (r + Ri)i + L\frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

On sait que $\tau = \frac{L}{R}$, donc l'équation différentielle est :

$$\boxed{\tau\frac{di}{dt} + i = 0} \quad (6)$$

La solution de cette équation différentielle en considérant la condition initiale suivante : à t=0 et lorsqu'on ouvre l'interrupteur K , on a $i(0) = I_0$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{Rt}e^{-t/\tau}}$$



Remarque :

* Autant que τ est petite , la durée d'établissement du courant ou la rupture du courant est courte .

IV.l'énergie emmagasiné dans une bobine

Une bobine d'inductance L , traversée par un courant dont l'intensité passe de 0 à la valeur i , emmagasine une énergie :

$$\boxed{\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}Li^2} \quad (2)$$

avec L en henry (H) , i en ampère (A) , et E_m en joule (J) .

⁂ Expressions dans le régime permanent et le régime initiale :

i(t) : Intensité de courant
$U_R(t)$: Tension du conducteur ohmique
$U_L(t)$: Tension de la bobine

	i(t)	$U_R(t)$	$U_L(t)$	Loi d'additivité des tensions	Equation différentielle
Régime	$i(t)= I_0\,(1-e^{-\lambda.t})$	$U_R(t)=R.i(t)$	$U_L = r.i + L.\frac{di}{dt}$	$U_R+U_L=E$	$i.(R + r) + L.\frac{di}{dt} = E$
Initial (t=0)	i=0	$U_R=0$	$U_L = L.\frac{di}{dt}$	$U_L=E$	$L.\frac{di}{dt} = E$
Permanent ($t\rightarrow\infty$)	$I_0 = \frac{E}{R+r}$	$U_R(t)=R.I_0$	$U_L= r.I_0$	$R.I_0+ r.I_0=E$	$I_0.(R + r) =E$
Permanent et r= 0	$I_0 = \frac{E}{R}$	$U_R(t)=R.I_0$	$U_L= 0$	$R.I_0 =E$	$I_0.R =E$