EXERCICES ET PROBLÈMES

Exercice 1 :

On tire simultanément **3** boules d'une urne qui contient 5 boules rouges, **3** boules blanches et **7** boules noires.

- Calculer la probabilité des événements suivants :

A: « Obtenir **une** boule de chaque couleur »

B: « Obtenir trois boules de même couleur »

C: **«** Obtenir **deux** boules rouges et **une** boule d'une autre couleur »

D: « Obtenir au moins deux boules noires »

Exercice 2 :

Une urne contient deux boules blanches numérotées **1,2** et trois boules rouges numérotées 1,2,2 toutes les boules sont indiscernables au toucher .

1) On tire **simultanément *deux*** boules de l'urne.

a) Calculer la probabilité des événements suivants :

A « Tirer deux boules de couleurs différentes »

B « Tirer deux boules de même numéro »

b) Sachant que les deux boules tirées sont de couleurs différents calculer la probabilité pour qu'elles portent le même numéro.

2) Dans cette question, l'épreuve consiste à tirer **successivement et sans remise *deux*** boules de l'urne soit X l'aléa défini par le nombre des boules rouges tirées, déterminer la loi de probabilité de X et calculer $E(X)$.

Exercice 3 : (nationale)

Une urne contient 9 boules blanches indiscernables au toucher :5 boules **rouges** numérotées **1 ;1 ;2 ;2 ;2** et quatre boules blanches portant les nombres **1 ;2 ;2 ;2.**

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité des événements suivants :

***A* «** Les trois boules tirées sont de même couleur **»**

***B* «** Les trois boules tirées portant le même nombre **»**

***C* «** Les trois boules tirées sont de même couleur et portant le même nombre **»**

2) On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A.

a) Déterminer les paramètres de la variable aléatoire X.

b) Montrer que $P(X=1)=\frac{25}{72}$ et calculer $P(X=2)$.

Exercice 4 :

Une urne contient **6** boules blanches et **4** boules noires, indiscernables au toucher.

Les boules blanches sont numérotées **−1 ,−1,0,1,1, 1** et les boules noires sont numérotées **−1 ,0,1,1**

On tire simultanément et au hasard **3** boules de l'urne, et on considère les événements suivants :

A « Les **3** boules tirées sont de même couleur »

B « Les **3** boules tirées sont de même numéro »

C « Les **3** boules tirées sont de même numéro et de même couleurs »

1)a) Calculer $p(A)$, $p(B)$ et $p(C)$.

b) En déduire que $p(A\cup B)=\frac{17}{60}$.

2) Déterminer les probabilités des événements

D « Obtenir au moins une boule numérotée **1** »

E « La somme de numéros inscrit sur les boules tirée est égale à **0** »

3) On considère l'épreuve suivante qui consiste à tirer au hasard **2** boules de l'urne de la manière suivante :

On tire une première boule :

- Si elle porte le numéro **0**, on ne la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule
- Si elle ne porte pas le numéro **0**, on la remet dans l'urne et on tire une deuxième boule et on considère les évènements :

M « La première boule tirée porte le numéro **0** »

N **«** La deuxième boule tirée porte le numéro **1** »

Calculer alors $p(N)$. (Indication : utiliser un arbre de probabilité)

Exercice 5 :

1) Un groupe de **26** personnes dont **10** sont des femmes doit élire un comité de **3** personnes.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

A « Le comité contient au moins une femme ».

B « Le comité contient au moins 2 hommes ».

C « Le comité ne contient pas à la fois Madame **X** et Monsieur **Y** ».

2) Ce groupe de **26** personnes doit élire un comité composé d'un président d'un vice-président et d'un secrétaire.

- Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

E « Le poste de président doit être occupé par un homme »

F « Le président est un homme, le secrétaire est une femme »

G « Les deux sexes figurent dans le comité ».

Exercice 6 :

Une urne contient **2** boules noires et **8** boules blanches.

1) Un joueur tire successivement **5** boules en remettant la boule dans l'urne après chaque tirage. S'il tire une boule blanche, il gagne **2** points dans le cas contraire il perd trois points. Soit X le nombre de points obtenus par le joueur en une partie.

a) Dresser le tableau définissant la loi de X.

b) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

2) Le joueur tire **5** boules simultanément, les **10** boules de l'urne étant numérotées de **1** à **10**.

- Soit **Y** le plus grand des numéros tirés. Déterminer la loi de probabilité de **Y** et calculer $E(\mathbf{Y})$.

Exercice 7 :

Dans une usine, on produit chaque jour mille pièces du même modèle. Chacune de ces pièces est susceptible de présenter un défaut **A**, un défaut **B** ou simultanément les deux défauts **A** et **B**.

On admet que :

8 % des pièces présentent le défaut **A**.

Parmi les pièces qui ont le défaut **A**, **15 %** ont le défaut **B**

Parmi les pièces qui n'ont pas le défaut **A**, **5 %** ont le défaut **B**.

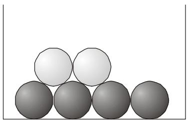
Déterminer, parmi la production d'un jour, le nombre de pièces qui :

- Présentent simultanément les défauts **A** et **B**
- Présentent le défaut **B** mais pas le **A**
- Présentent le défaut **B** et peut-être le **A**
- Ne présentent ni le défaut **A**, ni le défaut **B**

Exercice 8 :

Une urne contient **2** boules blanches et **4** boules noires.

Ces six boules sont indiscernables au toucher.



1) On tire simultanément **4** boules de l'urne.
Calculer la probabilité d'obtenir une seule boule blanche.

2) On effectue **4** tirages successifs d'une boule, sans remise.

a. Calculer la probabilité de tirer dans l'ordre une boule noire, une boule noire, une boule noire et une boule blanche.

b. Calculer la probabilité de tirer une seule boule blanche au cours de ces quatre tirages.

3) On effectue maintenant quatre tirages successifs d'une boule avec remise.

4) Calculer la probabilité de tirer dans l'ordre une boule noire, une boule noire, une boule noire et une boule blanche.

a. Calculer la probabilité de tirer une seule boule blanche au cours de ces quatre tirages.

b. Calculer la probabilité de n'obtenir aucune boule blanche au cours des quatre tirages.

c. Calculer la probabilité de tirer au moins une boule blanche au cours de ces quatre tirages.

Exercice 9 :

Une urne contient **5** boules rouges dont **2** ont une tache noire et **4** boules jaunes dont une a une tache noire.

On **extrait** une boule au hasard.

Quelle est la probabilité de chacun des évènements suivants ?

A : « la boule extraite est jaune »

B : « la boule extraite a une tache noire »

C : « la boule extraite n'est pas jaune et sans tache noire. »

Exercice 10 :

Une urne ***A*** contient **2** boules rouges et **3** boules noires.

Une urne ***B*** contient **3** boules rouges et **2** boules noires.

On tire au hasard **une** boule de l'urne **A** :

- Si elle est noire, on la place dans l'urne **B**,
- Sinon, on l'écarte du jeu.

On tire au hasard ensuite une boule de l'urne **B**.

On considère les événements suivants :

R_1 : « la boule tirée de ***A*** est rouge »
N_1 : « la boule tirée de ***A*** est noire »
R_2 : « la boule tirée de ***B*** est rouge »
N_2 : « la boule tirée de ***B*** est noire »

a) Calculer $P(R_1);P(N_1);P_{R_1}(R_2)$ *et* $P_{N_1}(R_2)$

b) En déduire que $P(R_2)=\frac{27}{50}$.

c) Calculer $P(N_2)$.

Exercice 11 :

Un élève répond au hasard aux dix questions d'un **Q.C.M**. Pour chaque question, cinq réponses sont proposées dont une seule est exacte. ***X*** est la variable aléatoire égale au nombre de bonnes réponses.

1) Montrer que la loi de probabilité de ***X*** est une loi binomiale.

2) Calculer la probabilité d'avoir au moins cinq bonnes réponses

3) Calculer l'espérance mathématique du nombre de bonnes réponses.

Exercice 12 :

Une urne contient une boule blanche numérotée 1, deux boules rouges numérotées 1 et 2 et trois boules vertes numérotées 1, 2 et 3. Les boules sont indiscernables.

On extrait successivement deux boules de l'urne sans remise dans l'urne de la première boule tirée.

Trouver la **probabilité** de chacun des événements suivants :

A : « les deux boules sont rouges »
B : « les deux boules sont de couleurs différentes »
C : « le tirage comporte au moins une boule rouge »
D : « le tirage comporte exactement une boule verte »
E : « le tirage comporte une boule verte et une boule numérotée 1 »
F : « le tirage comporte une boule rouge ou une boule numérotée 1 ».