Probabilités

Vocabulaires et définitions

- **Expérience aléatoire :** Toute expérience dont on ne connait pas ses résultats d'avance
- **Possibilité :** tout résultat d'une expérience aléatoire
- **Univers des possibilités :** l'ensemble de toutes les éventualités, **noté Ω**
- **L'événement :** toute partie de Ω
- **L'événement contraire :** est l'événement noté $\overline{A}$ et qui vérifie : $A \cup \overline{A} = E$ et $A \cap \overline{A} = \emptyset$
- **L'événement $A \cap B$:** se réalise lorsque A et B **sont réalisés en même temps**
- **L'événement $A \cup B$:** se réalise lorsque l'un au moins des éventualités A ou B est réalisé.
- **A et B sont incompatibles** (ou disjoints) **:** si $A \cap B = \emptyset$

Propriétés	$P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$ et $0 \le P(A) \le 1$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
La probabilité d'un événement	• **Equiprobabilité :** $P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)}$
La probabilité conditionnelle	• **La probabilité de B sachant que A est réalisé** $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ $(P(A) \neq 0)$
L'indépendance	• **A et B sont indépendants ssi:** $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
Répétition d'expériences identiques et indépendantes	Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire on répète cette expérience n fois. **La probabilité de réalisation de A , exactement k fois** est : $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

Variables aléatoires

loi de probabilité d'une variable aléatoire

une variable aléatoire est toute application X de Ω vers $\Re$

- **L'ensemble des valeurs prise par X** est noté :

$$X(\Omega) = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$$

- **La détermination de la loi de probabilité de X :**

signifie le calcul des probabilités des événements $(X = x_i)$ avec $i \in \{1,2,\dots,n\}$

On résume la loi de probabilité de X dans le tableau :

x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	…	p_n

✓ **Remarque :** $p_1 + p_2 + p_3 + \cdots . p_n = 1$

- **L'éspérence mathématique :** $E(X) = x_1.p_1 + x_2.p_2 + x_3.p_3 + \cdots + x_n.p_n$
- **La variance :** $V(X) = E(X^2) - \left(E(X)\right)^2 = x_1^2.p_1 + x_2^2.p_2 + x_3^2.p_3 + \cdots + x_n^2.p_n - \left(E(X)\right)^2$
- **L'écart-type** : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

La loi binomiale

Soit A **un événement** de **probabilité** p dans une expérience aléatoire **on répète cette expérience n fois.**

La variable aléatoire X qui est égale au nombre de fois de réalisation de A s'appelle variable aléatoire binomiale de paramètres n et p

on a : $X(\Omega) = \{0,1,2,\dots,n\}$

$\forall k \in \{1,2,\dots n\}$ $\quad p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

$E(X) = np$ **et** $V(X) = np(1-p)$