

Probabilités

EL KYAL MOHAMED

➤ Probabilités d'un ensemble fini:

La probabilité d'un événement A est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent, on la note p_A

➤ Propriétés :

Soit Ω l'univers associé à une expérience aléatoire

L'événement:	Probabilités:
A	$0 \leq p_A \leq 1$
$\bar{A}$	$p_{\bar{A}} = 1 - p_A$
$A \cup B$	$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$
	$p_{A \cup B} = p_A + p_B$ (A et B sont incompatibles)

S'il y a **équiprobabilité** alors pour tout événement A de Ω , on a:

$$p_A = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega} = \frac{\text{nombre des cas favorables}}{\text{nombre des cas possibles}}$$

➤ Loi d'une variable de probabilité aléatoire:

Soit Ω l'univers associé à une expérience aléatoire

Pour définir la loi de probabilité de la variable X sur Ω on suit les étapes suivantes :

- 1) On détermine $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ l'ensemble des valeurs prises par X
- 2) On calcule pour chaque valeur x_i sa probabilité $p_i = p_{X=x_i}$ avec $i \in \{1; 2; \dots; n\}$
- 3) On résume la loi de probabilité de la variable X par le tableau suivant :

x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n
$p_{X=x_i}$	p_1	p_2	p_3	...	p_n

➤ Probabilité conditionnelle :

Soit A et B deux événements liés à une même expérience aléatoire tel que: $p_A \neq 0$

La probabilité de l'événement B sachant que A est réalisé est le nombre :

$$p_{A/B} = p_{B/A} = \frac{p_{A \cap B}}{p_A}$$

➤ Événements indépendants :

Soit A et B deux événements liés à une même expérience aléatoire

A et B sont **indépendants** $\Leftrightarrow p_{A \cap B} = p_A \times p_B$

➤ L'espérance, la variance et l'écart-type d'une variable aléatoire:

Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est définie par le tableau suivant:

x_i	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
$p \quad X = x_i$	p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_n

L'espérance mathématique de la variable X	$E \quad X = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + x_3 \times p_3 + \dots + x_n \times p_n$
La variance de la variable X	$V \quad X = E \quad X^2 - [E \quad X]^2$
L'écart -type de la variable X	$\sigma \quad X = \sqrt{V \quad X}$

➤ Epreuve répétée :

Soit p la probabilité d'un événement A , lors d'une expérience aléatoire si on répète n fois l'épreuve dans des conditions identiques alors la probabilité de réalisation de A exactement k fois durant les n épreuves est :

$$C_n^k \quad p^k \quad 1 - p^{n-k} \quad k \leq n$$

➤ Loi binomiale :

Soit p la probabilité d'un événement A , lors d'une expérience aléatoire on répète n fois l'épreuve dans des conditions identiques si la variable aléatoire X , égale au nombre de réalisation de A durant les n épreuves alors la loi de probabilité de la variable X est donnée par :

$$\forall k \in \{0; 1; 2; \dots; n\} \quad p \quad X = k = C_n^k \times p^k \times 1 - p^{n-k}$$

On dit que la variable X suit une **loi binomiale** de paramètres n et p et on a

$$E \quad X = n \times p \quad \text{et} \quad V \quad X = np \quad 1 - p$$