



### 1) Vocabulaire des probabilités

Dans une expérience aléatoire on ne peut pas prévoir avec certitude quel en sera le résultat

On associe alors l'ensemble  $\Omega$  des résultats possibles appelé univers. Ses éléments sont appelés éventualités.

Le nombre d'éléments distincts de  $\Omega$  est appelé le cardinal de  $\Omega$ , on le note :  $\text{Card}(\Omega)$

3) Un événement correspond à une partie de l'univers et les événements formés d'un seul élément sont appelés événements élémentaires.

a) Si A et B sont deux événements,  $\bar{A}$  est l'événement contraire de A,  $A \cup B$  est la réunion de A et B,  $A \cap B$  est l'intersection de A et B.

b) A et B sont incompatibles ssi  $A \cap B = \emptyset$ .

c) L'événement  $G = \Omega$  est l'événement certain.

d) L'événement  $M = \emptyset$  est l'événement impossible et on a :  $A \cap \bar{A} = \emptyset$  et  $A \cup \bar{A} = \Omega$ .

### 2) La probabilité d'un événement

1) Une situation équiprobable est une expérience où toutes les éventualités ont la même probabilité d'être réalisées et si A est un événement alors ;

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

2) La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le constituent.

3) La probabilité  $P(A)$  d'un événement A est telle :

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ et } P(\Omega) = 1 \text{ et } P(\emptyset) = 0$$

$$4) P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

5) Si deux événements A et B sont incompatibles alors

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

6) Si A et B sont deux événements d'une expérience aléatoire, alors :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$$

### 3) Probabilité conditionnelle

si A un événement de probabilité non nulle

$$\text{La probabilité de B sachant A est : } P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Si A et B sont tous deux de probabilité non nulle, alors les probabilités conditionnelles

$p(A/B)$  et  $p(B/A)$  sont toutes les deux définies et on a :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = P(B) \times P_B(A)$$

### 4) Événements indépendants

Deux événements A et B de probabilité non nulle sont indépendants si et seulement si ils vérifient une des trois conditions :  $P_B(A) = P(A)$  ou  $P_A(B) = P(B)$

$$\text{ou } p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

### 5) Variables aléatoires et Loi de probabilité

Soit un univers de probabilité fini

$U = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  ( $n \geq 1$ ) sur lequel est défini une probabilité p et Soit X une fonction qui à chaque élément  $w_i$  de U associe un nombre réel  $x_i$

On dit que X est une variable aléatoire (réelle) qui prend r valeurs avec  $r \leq n$

Pour tout  $x_i$  avec  $1 \leq i \leq r$  on pose :  $p(x_i) = p(X = x_i)$

(Cas de U favorables pour  $x_i$ )

et on définit ainsi une loi de probabilité que l'on consigne en général dans un tableau.

valeurs possibles de X : $x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_r$	total
probabilités : $p_i = p(X = x_i)$	$p_1$	$p_2$	...	$p_r$	1

Pour une la variable aléatoire X on peut calculer :

$$1) \text{ l'espérance de X donnée par : } E(X) = \sum_{i=1}^r x_i p(X = x_i)$$

2) la variance et l'écart type de X donnés par :

$$V(X) = \sum_{i=1}^r x_i^2 p_i - (E(X))^2 \text{ et } \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

### 6) Indépendance d'épreuves et Répétition d'épreuves

On dira que des épreuves sont indépendantes dès lors que le résultat d'une épreuve ne dépend pas de celles qui l'ont précédée.

### 7) Épreuve de Bernoulli et Répétition d'épreuves et lois Binomiales

On appelle épreuve de Bernoulli : une épreuve n'ayant que deux issues : Succès (S) et Échec (E).

On appelle schéma de Bernoulli : la répétition n fois, de manière indépendante, une épreuve de Bernoulli.

La loi binomiale : La variable aléatoire X qui lie chaque résultat au nombre de fois que cet événement se réalise S'appelle une variable aléatoire binomiale de paramètres n et p, notée  $B(n; p)$ .

Soit  $B(n; p)$  une loi Binomiale, la probabilité d'obtenir k succès ( $0 \leq k \leq n$ ) est donnée par :

$$p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, k \in \{0; 1; \dots; n\}$$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que

l'on devient un mathématicien

