

Exercice 1 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(0,1,1)$, $B(-2,1,-1)$, $C(0,2,1)$ et $M(x,y,z)$.

① - a - Calculer $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$.

b - Dédire que l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tel que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 3$ est une sphère (S) , puis déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S) .

② - a - Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés.

b - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC) .

③ - a - Calculer $d(\Omega, (ABC))$ la distance entre le point Ω et le plan (ABC) .

b - Dédire l'intersection du plan (ABC) et la sphère (S) .

Exercice 2 :

L'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

① - On considère la sphère (S) de centre $\Omega(1,-3,2)$ et de rayon $R=3$. Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S) .

② - On considère la droite (Δ) définie par : $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

a - Montrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points I et J tel que l'abscisse de I négatif.

b - Vérifier que $[IJ]$ est diamètre de la sphère (S) .

③ - on considère les points $A(1,1,1)$, $B(1,2,3)$ et $C(2,1,-1)$.

a - Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC) .

④ - a - Calculer $d(\Omega, (ABC))$ la distance entre le point Ω et le plan (ABC) .

b - Vérifier que : $(\Delta) \perp (ABC)$.

⑤ - Déterminer le point d'intersection du plan (ABC) et la sphère (S) .

Exercice 3 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(-2,-1,-3)$, $B(-3,0,-2)$ et $C(-4,2,1)$.

① - Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

② - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC) .

③ - Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z + 3 = 0$.

a - Déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S) .

b - Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) .

c - Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire à (ABC) .

d - Déterminer le point d'intersection du plan (ABC) et la sphère (S) .

✎ Exercice 4 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(2,1,0)$, $B(1,2,2)$ et $C(3,3,1)$.

① - Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

② - Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC) .

③ - Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

④ - Calculer l'aire de triangle ABC .

⑤ - Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 5 = 0$.

a - Déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S) .

b - Vérifier que les points A, B, C appartiennent à (S) .

c - Calculer $d(\Omega, (ABC))$

⑥ - Donner des équations cartésiennes des plans (P) et (Q) parallèles à (ABC) et tangente à (S) .

✎ Exercice 5 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, -1, 3)$, et le plan (P) d'équation : $x - y + 3z = 0$.

① - a - Déterminer la représentation paramétrique de la droite (OA)

b - Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) orthogonal à la droite (OA) au point A .

c - Vérifier que (P) et (Q) sont parallèles.

② - On considère la sphère (S) tangente au plan (Q) en A , et le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de centre O et de rayon $\sqrt{33}$.

a - Montrer que le point $\Omega(a, b, c)$ le centre de la sphère (S) appartient à la droite (OA) , en déduire que : $b = -a$ et $c = 3a$.

b - Montrer que : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$, et en déduire que : $a - b + 3c = 11$

c - En déduire les coordonnées du point Ω et montrer que le rayon de la sphère est égal à $2\sqrt{11}$.