

### **Exercice 1 :**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(0,1,1)$ ,  $B(-2,1,-1)$ ,  $C(0,2,1)$  et  $M(x,y,z)$ .

① - a - Calculer  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ .

b - Déduire que l'ensemble des points  $M(x,y,z)$  tel que :  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 3$  est une sphère  $(S)$ , puis déterminer le centre  $\Omega$  et le rayon  $R$  de la sphère  $(S)$ .

② - a - Déterminer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ . En déduire que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.

b - Déterminer l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$ .

③ - a - Calculer  $d(\Omega, (ABC))$  la distance entre le point  $\Omega$  et le plan  $(ABC)$ .

b - Déduire l'intersection du plan  $(ABC)$  et la sphère  $(S)$ .

### **Exercice 2 :**

L'espace muni d'un repère orthonormé directe  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

① - On considère la sphère  $(S)$  de centre  $\Omega(1, -3, 2)$  et de rayon  $R=3$ . Déterminer l'équation cartésienne de la sphère  $(S)$ .

② - On considère la droite  $(\Delta)$  définie par :  $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ .

a - Montrer que la droite  $(\Delta)$  coupe la sphère  $(S)$  en deux points  $I$  et  $J$  tel que l'abscisse de  $I$  négatif.

b - Vérifier que  $[IJ]$  est diamètre de la sphère  $(S)$ .

③ - on considère les points  $A(1,1,1)$ ,  $B(1,2,3)$  et  $C(2,1,-1)$ .

a - Calculer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .

b - Déterminer l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$ .

④ - a - Calculer  $d(\Omega, (ABC))$  la distance entre le point  $\Omega$  et le plan  $(ABC)$ .

b - Vérifier que :  $(\Delta) \perp (ABC)$ .

⑤ - Déterminer le point d'intersection du plan  $(ABC)$  et la sphère  $(S)$ .

### **Exercice 3 :**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(-2, -1, -3)$ ,  $B(-3, 0, -2)$  et  $C(-4, 2, 1)$ .

① - Calculer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .

② - Déterminer l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$ .

③ - Soit  $(S)$  la sphère d'équation :  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z + 3 = 0$ .

a - Déterminer le centre  $\Omega$  et le rayon  $R$  de la sphère  $(S)$ .

b - Montrer que le plan  $(ABC)$  est tangent à la sphère  $(S)$ .

c - Déterminer la représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par  $\Omega$  et perpendiculaire à  $(ABC)$ .

d - Déterminer le point d'intersection du plan  $(ABC)$  et la sphère  $(S)$ .

## Exercice 4 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(2,1,0)$ ,  $B(1,2,2)$  et  $C(3,3,1)$ .

① - Calculer  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .

② - Déterminer l'équation cartésienne du plan  $(ABC)$ .

③ - Montrer que le triangle  $ABC$  est équilatéral.

④ - Calculer l'aire de triangle  $ABC$ .

⑤ - Soit  $(S)$  la sphère d'équation :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ .

a - Déterminer le centre  $\Omega$  et le rayon  $R$  de la sphère  $(S)$ .

b - Vérifier que les points  $A, B, C$  appartiennent à  $(S)$ .

c - Calculer  $d(\Omega, (ABC))$

⑥ - Donner des équations cartésienne des plans  $(P)$  et  $(Q)$  parallèles à  $(ABC)$  et tangente à  $(S)$ .

## Exercice 5 :

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé directe  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1, -1, 3)$ , et le plan  $(P)$  d'équation :  $x - y + 3z = 0$ .

① - a - Déterminer la représentation paramétrique de la droite  $(OA)$

b - Déterminer une équation cartésienne du plan  $(Q)$  orthogonal à la droite  $(OA)$  au point  $A$ .

c - Vérifier que  $(P)$  et  $(Q)$  sont parallèles.

② - On considère la sphère  $(S)$  tangente au plan  $(Q)$  en  $A$ , et le plan  $(P)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(\Gamma)$  de centre  $O$  et de rayon  $\sqrt{33}$ .

a - Montrer que le point  $\Omega(a, b, c)$  le centre de la sphère  $(S)$  appartient à la droite  $(OA)$ , en déduire que :  $b = -a$  et  $c = 3a$ .

b - Montrer que :  $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ , et en déduire que :  $a - b + 3c = 11$

c - En déduire les coordonnées du point  $\Omega$  et montrer que le rayon de la sphère est égal à  $2\sqrt{11}$ .