

**Solution de l'équation différentielle**  $(E) : y' = ay + b$   $(a \neq 0)$

La solution générale de l'équation différentielle  $(E)$  est l'ensemble des fonctions  $y$

définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $y(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$  avec  $k \in \mathbb{R}$

**Solution de l'équation différentielle**  $(E) : y'' + ay' + by = 0$

L'équation  $r^2 + ar + b = 0$  s'appelle l'équation caractéristique de l'équation différentielle  $(E)$

→ On calcule le discriminant  $\Delta$  :

| Si :         | Alors l'équation caractéristique admet :                                               | Alors l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $(E)$ est l'ensemble des fonctions $y$ définies sur $\mathbb{R}$ par : |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Delta > 0$ | Deux solutions réels $r_1$ et $r_2$                                                    | $y(x) = \alpha e^{r_1 x} + \beta e^{r_2 x}$<br>Tels que $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$                                             |
| $\Delta = 0$ | Solution double $r_0$                                                                  | $y(x) = (\alpha x + \beta) e^{r_0 x}$<br>Tels que $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$                                                   |
| $\Delta < 0$ | Deux solutions complexes conjuguées :<br>$r_1 = p + iq$<br>et : $r_2 = \overline{r_1}$ | $y(x) = e^{px} (\alpha \cos(qx) + \beta \sin(qx))$<br>tels que $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$                                      |