1. Bac 2014 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$. .... (0,75)

2. On considère le nombre complexe $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} i$.

   a. Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3} \; [2\pi]$ . ... (0,5)

   b. En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique , montrer que u^6 est un nombre réel . . (0,75)

3. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ et $b = 8$.
soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

   a. Exprimer z' en fonction de z . ... (0,5)

   b. Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R , et en déduire que le triangle OAB est équilatéral . ... (0,5)

2. Bac 2014 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 - 4z + 5 = 0$. .... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, On considère les points A , B , C , D et Ω d'affixes respectives $a = 2 + i$, $b = 2 - i$, $c = i$, $d = -i$ et $\omega = 1$.

   a. Montrer que : $\frac{a - \omega}{b - \omega} = i$ . ... (0,25)

   b. En déduire que : le triangle ΩAB est rectangle isocèle en Ω . ... (0,75)

3. soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

   a. montrer que : $z' = iz + 1 - i$ . ... (0,5)

   b. Vérifier que : $R(A) = C$ et $R(D) = B$ . ... (0,5)

   c. montrer que : les points A , B , C , D appartiennent à un meme cercle dont on déterminera le centre . ... (0,5)

3. Bac 2015 session normale (fuite تسريبات)

i. On considère le nombre complexe a tel que : $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

1. Montrer que : le module de a est $2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$ . ... (0,5)

2. Vérifier que : $a = 2\left(1 + \cos\frac{\pi}{4}\right) + 2i\sin\frac{\pi}{4}$ . ... (0,25)

3. ..

   a. Par la linéarisation de $\cos^2\theta$ tel que θ est un nombre réel , montrer que $1 + \cos 2\theta = 2\cos^2\theta$ (0,25)

   b. Montrer que : $a = 4\cos^2\frac{\pi}{8} + 4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (on rappelle que $\sin 2\theta = 2\cos\theta\sin\theta$) . ... (0,5)

c. Montrer que : $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$. Est la forme trigonométrique du nombre a puis montrer que

$a^4=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$ . ... (0,5)

ii. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points Ω et A d'affixes respectives ω et a tel que $\omega=\sqrt{2}$ et $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$, et la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. Montrer que l'affixe b du point B est l'image du point A par la rotation R est égale à $2i$ . ... (0,5)
2. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|z-2i|=2$ . ... (0,5)

4. Bac 2015 session normale (الذي تم تعويض موضوع تسريبات)

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2+10z+26=0$ . ... (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B , C et Ω d'affixes respectives $a=-2+2i$, $b=-5+i$, $c=-5-i$ et $\omega=-3$.
   - a. Montrer que : $\frac{b-\omega}{a-\omega}=i$ . ... (0,5)
   - b. En déduire que : la nature du triangle ΩAB . ... (0,5)
3. Soit le point D l'image du point C par la translation T de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $6+4i$.
   - a. Montrer que : l'affixe d du point D est $1+3i$ . ... (0,5)
   - b. Montrer que : $\frac{b-d}{a-d}=2$ puis en déduire que : le point A est le milieu du segment $[BD]$ . ... (0,5)

5. Bac 2015 session de rattrapage

1. ..
   - a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-8z+32=0$ . ... (0,75)
   - b. On considère le nombre complexe a tel que $a=4+4i$. Ecrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique, puis en déduire que a^{16} est un nombre réel négatif . ... (0,75)
2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B et C d'affixes respectives $a=4+4i$, $b=2+3i$ et $c=3+4i$.
   Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   - a. Montrer que : $z'=iz+7+i$ . ... (0,5)
   - b. Vérifier que : l'affixe d du point D l'image du point A par la rotation R est $3+5i$ . ... (0,5)
   - c. Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|z-3-5i|=|z-4-4i|$ est la droite (BC) . ... (0,5)

6. Bac 2016 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-4z+29=0$. .... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points Ω, A et B d'affixes respectives $\omega=2+5i$, $a=5+2i$, $b=5+8i$.

   a. Soit le nombre complexe u tel que : $u=b-\omega$, vérifier que $u=3+3i$, puis montrer que $\arg u\equiv\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$. .... (0,75)

   b. Déterminer l'argument du nombre complexe $\bar{u}$ ($\bar{u}$ désigne le conjugué du nombre complexe u). .... (0,25)

   c. Vérifier que : $a-\omega=\bar{u}$, puis en déduire que : $\Omega A=\Omega B$ et $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ .... (0,75)

   d. On considère la rotation R de centre le point Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$, déterminer l'image du point A par la rotation R. .... (0,5)

7. Bac 2016 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-8z+41=0$. .... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives $a=4+5i$, $b=3+4i$, $c=6+7i$ et $\omega=4+7i$.

   a. Montrer que : $\frac{c-b}{a-b}$, en déduire que les points A, B, C sont alignés. .... (0,75)

   b. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

      Montrer que : $z'=-iz-3+11i$. .... (0,75)

   c. Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner la forme trigonométrique du nombre $\frac{a-\omega}{c-\omega}$. .... (0,75)

8. Bac 2017 session normale

On considère les deux nombres complexes a et b tel que : $a=\sqrt{3}+i$ et $b=\sqrt{3}-1+\left(\sqrt{3}+1\right)i$.

1. ..

   a. Vérifier que : $b=(1+i)a$. .... (0,25)

   b. En déduire que : $|b|=2\sqrt{2}$ et $\arg b\equiv\frac{5\pi}{12}\ [2\pi]$. .... (0,5)

   c. En déduire que : $\cos\frac{5\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$. .... (0,5)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A et B d'affixes respectives a et b, et le point C d'affixe $c=-1+i\sqrt{3}$.

   a. Vérifier que : $c=ia$ puis en déduire que $OA=OC$ et $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. .... (0,75)

b. Montrer que le point B est l'image du point A par la translation T de vecteur $\overrightarrow{OC}$ . ... (0,5)

c. En déduire que le quadrilatère OABC est un carré . ... (0,5)

9. Bac 2017 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2+4z+8=0$ . ... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, On considère les points A , B et C d'affixes respectives $a=-2+2i$, $b=4-4i$, et $c=4+8i$.

a. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

Montrer que : $z'=-iz-4$. .... (0,5)

b. Vérifier que : le point B est l'image du point C par la rotation R , en déduire la nature du triangle ABC . ... (0,75)

3. ..

a. Soit ω l'affixe du point Ω milieu du segment $[BC]$; montrer que : $|c-\omega|=6$ . ... (0,5)

b. Montrer que : l'ensemble des points M d'affixe z qui vérifie $|c-\omega|=6$ est le cercle circonscrire du triangle ABC . ... (0,5)

10. Bac 2018 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $2z^2+2z+5=0$ . ... (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, on considère la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

a. Ecrire la forme trigonométrique du nombre complexe $d=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. .... (0,25)

b. Soit le point A d'affixe $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$; B l'image du point A par la rotation R , soit b l'affixe du point B montrer que $b=da$. .... (0,5)

3. Soit t la translation du vecteur $\overrightarrow{OA}$ et le point C l'image de B par la translation t et c l'affixe du point C

a. Vérifier que $c=b+a$, puis en déduire que $c=a\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ (on peut utiliser question 2) b -) (0,75)

b. Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$, puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral . ... (0,75)

11. Bac 2018 session de rattrapage

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$.. .... (0,75)

1. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a=\sqrt{2}(1-i)$ la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

a. Ecrire a sous forme trigonométrique . ... (0,25)

b. Soit le point B l'image du point A par la rotation R , et b l'affixe du point B montrer que

$$b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right).$$ ……………… (0,5)

2. ..

a. On considère le point C d'affixe $c=1+i$. Montrer que : $b^2-c^2=2\sqrt{3}$. ……………… (0,5)

b. Soit t la translation du vecteur $\overrightarrow{OC}$ et le point D l'image de B par la translation t .
Montrer que : $OD=|b+c|$. ……………… (0,5)

c. En déduire que : $OD\times BC=2\sqrt{3}$. ……………… (0,5)

12. Bac 2019 session normale

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-2z+4=0$. ……………… (0,75)

2. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $\left(0,\vec{u},\vec{v}\right)$, On considère les points A , B , C et D d'affixes respectives $a=1-i\sqrt{3}$, $b=2+2i$, , $c=\sqrt{3}+i$ et $d=-2+2\sqrt{3}$.

a. Vérifier que : $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$. ……………… (0,5)

b. En déduire que : les points points A , C et D sont alignés . ……………… (0,25)

3. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe du point M' ; l'image de M par la rotation R de centre le point O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

Vérifier que :: $z'=\frac{1}{2}az$. ……………… (0,5)

4. Soit le point H d'affixe h est l'image du point B par la rotation R , et le point P d'affixe p tel que $p=a-c$.

a. Vérifier que : $h=ip$. ……………… (0,5)

b. Montrer que le le triangle OHP est rectangle et isocèle en O . ……………… (0,5)

13. Bac 2019 session de rattrapage

1. ..

a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-3z+3=0$. ……………… (0,75)

b. On pose : $a=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. écrire a sous forme trigonométrique . ……………… (0,5)

2. On considère le nombre complexe $b=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$, vérifier que $b^2=i$. ……………… (0,5)

3. On pose $h=\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, montrer que : $h^4+1=a$. ……………… (0,5)

4. Dans le plan complexe (P) étant rapporté à un repère orthonormé direct $\left(0,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère le point B d'affixe b et la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. Soit c l'affixe du point C l'image du point B par la rotation R , montrer que $c=ib$. ……………… (0,5)

b. en déduire la nature du triangle OBC . ……………… (0,25)