Fonctions primitives

EL KYAL MOHAMED

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I

On dit que F est **une fonction primitive** de f sur I si :

- F est derivable sur I
- $\forall x \in I \qquad F'(x) = f(x)$

Existence et unicité des primitives:

Toute fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I

Si f admet une primitive F sur un intervalle I alors toute fonction G définie sur I par : $G(x) = F(x) + k \quad (k \in \mathbb{R})$ est aussi une primitive de f sur I

Soit f une fonction admettant des primitives sur un intervalle I

soit x_0 un élément de I et y_0 un réel, Il existe une seule primitive F de f sur I

vérifiant la condition $F(x_0) = y_0$

Propriété de linéarité des primitives :

Si F et G des fonctions primitives respectives de f et g sur un intervalle I

et si k un réel alors :

- $(F + G)$ est une fonction primitive de $(f + g)$ sur I
- kF est une fonction primitive de kf sur I

- ***Formulaire: primitives des fonctions usuelles :***

$f(x)$	$F(x)$
$a \in \mathbb{R}$	$ax+k$
x	$\frac{1}{2}x^2+k$
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x}+k$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}+k$
x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1}+k$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert+k$
e^x	e^x+k
$\sin x$	$-\cos x+k$
$\cos x$	$\sin x+k$
$1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x+k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$

$k \in \mathbb{R}$

- ***Primitives des fonctions composés :***

$f(x)$	$F(x)$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)}+k$
$u'(x)\times[u(x)]^r$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1}+k$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln\lvert u(x)\rvert+k$
$u'(x)\times e^{u(x)}$	$e^{u(x)}+k$
$u'(x)\times\sin[u(x)]$	$-\cos[u(x)]+k$
$u'(x)\times\cos[u(x)]$	$\sin[u(x)]+k$

$(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$

$k \in \mathbb{R}$