

الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا		 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
1	المسالك الدولية			
4	الدورة الاستدراكية 2020			
**	- الموضوع -			
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS		RS 22F	
3	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)		الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Dérivabilité et calcul intégral	4 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	9 points

- ✓ On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\bar{z}$ le conjugué de z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

الصفحة	RS 22F	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)
2		
4		
Exercice 1 : (2 points) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n - 5}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ 0.5 1) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n < 2$ 2) On pose pour tout n de $\mathbb{N}$, $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$ 0.5 a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2 0.75 b) Ecrire v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$. 0.25 c) Calculer la limite de la suite (u_n)		
Exercice 2 : (5 points) 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble $\square$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$ 2) On pose $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 0.75 a) Ecrire a sous forme trigonométrique et en déduire que a^{2020} est un nombre réel 0.5 b) Soit le nombre complexe $b = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$. Prouver que $b^2 = a$ 3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que $c = 1$. La rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ transforme le point M d'affixe z au point M' d'affixe z'. 0.25 a) Vérifier que $z' = bz$ 0.5 b) Déterminer l'image de C par la rotation R et montrer que A est l'image de B par R. 0.75 4) a) Montrer que $a - b = b - c$ et en déduire la nature du triangle ABC 0.5 b) Déterminer une mesure de l'angle $(\vec{BA}, \vec{BC})$ 5) Soit T la translation de vecteur $\vec{u}$ et D l'image de A par T 0.25 a) Vérifier que l'affixe de D est $b^2 + 1$ 0.75 b) Montrer que $\frac{b^2 + 1}{b} = b + \bar{b}$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés		

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع	
3	RS 22F	- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	
4			
Exercice 3 : (4 points)			
On considère la fonction numérique u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = e^x - 2x + 2 - 3e^{-x}$			
0.5	1)a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $u'(x) = \frac{(e^x - 1)^2 + 2}{e^x}$		
0.25	b) poser le tableau de variation de la fonction u (sans calcul de limite) ;		
0.5	c) En déduire le signe de la fonction u sur $\mathbb{R}$ (remarquer que $u(0) = 0$)		
2) Soit la fonction V définie sur $\mathbb{R}$ par $V(x) = e^{2x} - 2xe^x + 2e^x - 3$			
0.5	a)Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$, $V(x) = e^x u(x)$		
0.5	b) En déduire le signe de la fonction V sur $\mathbb{R}$		
0.5	3) a) Montrer que la fonction W définie par $W(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + (4 - 2x)e^x - 3x$ est une primitive de la fonction V sur $\mathbb{R}$		
0.5	b) Calculer l'intégrale $\int_0^2 v(x)dx$		
0.75	c) Montrer que $\frac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction W sur $\mathbb{R}$.		
Problème : (9 points)			
I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = e^{1-x} + \frac{1}{x} - 2$			
0.5	1) Montrer que $g'(x) < 0$, pour tout $x \in]0, +\infty[$		
0.5	2) Déduire le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$; (remarquer que $g(1) = 0$)		
II – On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par :			
$f(x) = (1-x)e^{1-x} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm)			
0.5	1) Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement		
0.5	2) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$		
0.75	b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement		
1	3) a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$, $f'(x) = (x-2)g(x)$		
0.75	b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0, 1]$ et sur $[2, +\infty[$ et croissante sur $[1, 2]$		
0.25	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0, +\infty[$, (on admet $f(2) \approx 1,25$)		

الصفحة		الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2020 - الموضوع							
4	RS 22F	- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)							
4									
0.5	4)	Sachant que $f(3) \leq 0,5$ et $f(4) \leq -1,9$ montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3, 4[$.							
1	5)	Construire (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$							
	III -	On pose $h(x) = f(x) - x$ pour tout x de l'intervalle $[1, 2]$							
0.5	1) a)	A partir du tableau de variations de la fonction h ci-contre							
		montrer que $f(x) \leq x$ pour tout x de l'intervalle $[1, 2]$							
		<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>0</td><td>$h(2)$</td></tr></table>		x	1	2	$h(x)$	0	$h(2)$
x	1	2							
$h(x)$	0	$h(2)$							
0.25	b)	Montrer que 1 est l'unique solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[1, 2]$							
	2)	Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$							
0.75	a)	Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$							
0.5	b)	Montrer que la suite (u_n) est décroissante.							
0.75	c)	En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$							